Министерство образования и науки Украины Донбасская государственная машиностроительная академия

В.Г.Белых, Т.Л.Богданова, В.М.Костенко, А.В.Тышкевич

# ЭЛЕКТРОСТАТИКА. ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ. КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

# МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ

к лабораторным работам по дисциплине «Физика» (для студентов всех специальностей вуза)

Утверждено на заседании кафедры физики Протокол №4 от 26.10.04

Краматорск 2005

УДК 535

Методические указания к лабораторным работам по дисциплине «Физика» (для студентов всех специальностей вуза). Электростатика. Электромагнетизм. Колебания и волны. / Сост. В.Г.Белых Т.Л.Богданова, В.М.Костенко, А.В.Тышкевич – Краматорск: ДГМА, 2004.-72 с.

Приведены краткие теоретические сведения, описания установок, порядок выполнения работ, рекомендации по обработке результатов измерений. Для самоконтроля в конце каждой работы даны контрольные вопросы.

Составители:

В.Г.Белых, доц., Т.Л.Богданова, ассист., В.М.Костенко, доц., А.В.Тышкевич, доц.,

Отв. за выпуск: Т.Л.Богданова, ассист.

Лабораторный практикум играет большую роль в изучении курса общей физики. Можно выделить три основных его цели:

- 1) Ознакомление с приборами и методами измерения различных физических величин.
- 2) Экспериментальное изучение физических законов и явлений.
- 3) Ознакомление с методами обработки результатов измерений.

Для выполнения конкретной лабораторной работы студент обязан заранее внимательно ознакомиться с содержанием методических указаний к ней; выучить надлежащий теоретический материал и проконтролировать себя с помощью контрольных вопросов. Наибольшее внимание, по крайней мере, во время подготовки к выполнению, необходимо обратить на исследовательский прием, его суть, математическую обработку и его экспериментальную реализацию, то есть на ход выполнения работы.

Студент считается подготовленным к выполнению лабораторной работы, если он:

- 1) имеет экземпляр протокола исследования (см. ниже);
- 2) знает цель работы, может раскрыть содержание понятий, которые воссоздают цель работы;
- 3) проявит понимание того, как можно достичь цели этой работы, то есть знает суть экспериментального исследовательского приема, принцип действия экспериментальной установки и ход выполнения работы.

После получения разрешения на выполнение работы студент занося соответствующие результаты протокол выполняет ee, В исследования, проводит соответствующие вычисления И после результата получения ИТОГОВОГО сдает протокол исследования преподавателю.

В протокол исследования заносятся:

- 1) Номер и название лабораторной работы, фамилия, имя и отчество исполнителя, шифр академической группы, дата выполнения (эти данные приводятся на титульной странице протокола).
- 2) Цель работы.
- 3) Схематическое изображение экспериментальной установки или рабочие схемы.

- 4) Основные расчетные формулы.
- 5) Таблицы для результатов измерений и расчетов.
- 6) Формулы для вычисления погрешностей и оценки результатов.

Оставляют место необходимых расчетов ДЛЯ записи И исследования. окончательного результата Конечный результат записывается в стандартной форме (см. ниже). Если необходимо представить результаты измерений в виде графической зависимости, то оставляют место для графиков. Построение графиков выполняется на миллиметровой бумаге.

Отчет должен быть написан в хорошем стиле, аккуратным разборчивым почерком. При его оформлении не следует также пренебрегать и эстетической стороной вопроса. Схемы и графики чертятся карандашом под линейку, заголовки, выводы и формулы целесообразно выделять пастой другого цвета, подчеркнуть и т. п. Это облегчает чтение отчета.

Для получения зачета по текущей лабораторной работе студент должен также изложить теорию экспериментального метода и теорию изученного явления или соответствующего раздела физики (давая ответы на контрольные вопросы).

# ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 31 ИССЛЕДОВАНИЕ ПОТЕНЦИАЛЬНОГО ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ

Цель работы: изучить законы электростатики, получить эквипотенциальные поверхности электрических полей, создаваемых электродами различной формы.

#### 1.Краткие теоретические сведения

Многие частицы и тела в природе способны взаимодействовать между собой силами, которые, как и силы тяготения, обратно пропорциональны квадрату расстояния между ними, но во много раз больше сил тяготения. Этот вид взаимодействия частиц называют электромагнитным. Принято говорить, что частицы и тела способные к электромагнитным взаимодействиям, имеют электрический заряд. Следовательно, электрический заряд есть физическая величина, определяющая способность тел к электромагнитным взаимодействиям.

Электрический заряд обладает следующими свойствами:

- 1) Существует два вида электрических зарядов, которые условно называют положительными и отрицательными. Разноименные заряды взаимно притягиваются, а одноименные отталкиваются;
- 2) В природе существует наименьший заряд, который называется элементарным. Носителем элементарного отрицательного заряда является электрон, а положительного протон. Величина элементарного электрического заряда  $e = \pm 1.6 \times 10^{-19}$  Кл.



Рисунок 1.

3) Электрические заряды дискретны - заряд любого тела кратен целому числу элементарных зарядов  $Q = \pm Ne$ , где N - целое число, равное числу избыточных или недостающих электронов.

4) Электрические заряды подчиняются закону сохранения, электрического заряда: в изолированной системе тел алгебраическая

сумма зарядов ос остается постоянной:  $\sum_{i=1}^{n} Q_i = const$ ;

Заряд является величиной релятивистски-инвариантной, его величина, измеренная в различных инерциальных системах отчета, оказывается одинаковой для всех систем.

Наиболее просто описывается взаимодействие точечных зарядов заряженных тел, размерами которых можно пренебречь по сравнению с расстояниями между этими телами. Взаимодействие точечных зарядов описывается законом Кулона сила взаимодействия двух неподвижных точечных зарядов пропорциональна величине ИЗ зарядов, обратно каждого пропорциональна квадрату расстояния между ними и направлена вдоль прямой, соединяющей эти заряды (рис.1):

$$\vec{\mathbf{F}} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \frac{\vec{\mathbf{r}}_{12}}{r} \tag{1}$$

где k - коэффициент пропорциональности, зависящий от выбора системы единиц измерения, в системе СИ  $k = 9 \times 10^9 \text{ Hm}^2 / \text{ Kn}^2$  или  $k = 1/4\pi\epsilon_0$ , ( $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ Ф/м}$  - электрическая постоянная),  $q_1$  и  $q_2$  – величины, взаимодействующих зарядов, r – расстояние между ними.

Всякое заряженное тело можно рассматривать как совокупность точечных зарядов. Экспериментально установлено, что заряды действуют друг на друга независимо от других зарядов. Поэтому силу, с которой действует на данное заряженное тело другие заряженные тела, можно найти как геометрическую (векторную) сумму сил, действующих на каждый точечный заряд этого тела со стороны каждого точечного заряда других тел.

Взаимодействие между покоящимися зарядами осуществляется через электрическое поле. Всякий заряд изменяет свойства окружающего его пространства - создает в нем электрическое поле. Это поле проявляет себя в том, что на помещенный в какую-либо его точку электрический заряд действует сила, пропорциональная величине заряда. За характеристику электрического поля принимают отношение силы, действующей на точечный заряд, помещенный в данную точку поля, к величине этого заряда

6

$$\vec{\mathbf{E}} = \frac{\vec{\mathbf{F}}}{q} \tag{2}$$

Эта векторная величина называется напряженностью электрического поля в данной точке. Из закона Кулона (1) следует, что напряженность электрического поля точечного заряда пропорциональна величине заряда *q* и обратно пропорциональна квадрату расстояния *r* от заряда до данной точки поля

$$\vec{\mathbf{E}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r^2} \frac{\vec{\mathbf{r}}}{r}$$
(3)

где  $\mathbf{r}$  - радиус-вектор, проведенный в рассматриваемую точку поля из точки пространства, в которой находится заряд q. Направлен вектор  $\mathbf{\bar{E}}$  вдоль радиальной прямой, проходящей через заряд и данную точку поля, от заряда, если он положителен, и к заряду, если он отрицателен. Измеряется напряженность электрического поля в Н/Кл или В/м.

Электрическое поле удовлетворяет принципу суперпозиции - напряженность поля системы зарядов равна векторной сумме напряженностей полей, которое создает каждый из зарядов системы в отдельности:

$$\vec{\mathbf{E}} = \sum_{i} \vec{\mathbf{E}}_{i} \ . \tag{4}$$

Принцип суперпозиции позволяет вычислить напряженность поля любой системы зарядов. Разбив протяженные заряженные тела на достаточно малые области с зарядом dq, любую систему зарядов можно свести к совокупности точечных зарядов. Вклад каждого из таких зарядов в результирующее электрическое поле (4) вычисляется по формуле (3).

Силы электростатического поля являются потенциальными, т.е. работа, которая совершается силами поля при перемещении заряда из одной точки поля в другую не зависит от формы траектории, а определяется начальным и конечным положением этого заряда. Вычислим работу сил электрического поля, создаваемого зарядом q, при перемещении в этом поле заряда  $q_0$ . Согласно определению механической работы имеем

$$A = \int_{1}^{2} \vec{\mathbf{F}} d\vec{\mathbf{S}}$$

Из рисунка 2 и формулы (1) находим, что



$$\vec{\mathbf{F}}\mathbf{d}\vec{\mathbf{S}} = Fdr = k\frac{qq_0}{r^2}dr.$$

Следовательно,

$$A_{12} = kqq_0 \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = k \frac{qq_0}{r_1} - k \frac{qq_0}{r_2}.$$
 (5)

Таким образом, силы электростатического поля являются консервативными. Работа консервативных сил связана с изменением потенциальной энергией соотношением

$$A_{12} = -(W_{p2} - W_{p1}). \tag{6}$$

Из формул (5) и (6) получаем, что

Рисунок 2.

потенциальная энергия заряда q<sub>0</sub> в поле заряда q описывается формулой

$$W_p = k \frac{qq_0}{r},\tag{7}$$

где *г* - расстояние между зарядами.

Потенциалом электрического поля называется физическая величина равная отношению потенциальной энергии заряда к величине этого заряда

$$\varphi = \frac{W_p}{q}.$$
 (8)

Из формулы (7) получаем, что потенциал электростатического поля, создаваемого точечным зарядом *q* равен:

$$\varphi = \frac{W_p}{q_0} = k \frac{q}{r} \, .$$

Если электрическое поле создано несколькими зарядами  $q_1, q_2, q_3, ..., q_N$ , то потенциальная энергия заряда  $q_0$  в поле этой системы зарядов определяется выражением:

$$W_p = \sum_{i=1}^N k \frac{q_i q_0}{r_i},$$

из которого следует

$$\varphi = \frac{W_p}{q_0} = \sum_{i=1}^N k \frac{q_i}{r_i} = \sum_{i=1}^N \varphi_i$$
,

где  $\varphi_i$  - потенциал электрического поля, создаваемого *i* - ым зарядом в точке пространства, в которой находится заряд  $q_0$ .

Следовательно, потенциал поля, создаваемого системой зарядов, равен алгебраической сумме потенциалов, создаваемых каждым зарядом в отдельности. В то время как напряженности поля складываются полей при наложении векторно, потенциалы складываются алгебраически. Поэтому вычисление потенциалов, в ряде случаев, оказывается более простой задачей, чем вычисление напряженности электрических полей. Как видно из формул (2) и (8), напряженность электрического поля позволяет определить силу, действующую на заряд в электрическом поле  $\vec{\mathbf{F}} = q\vec{\mathbf{E}}$ , а потенциал - его потенциальную энергию в этом поле  $W_p = q \varphi$ . Поэтому принято говорить, что напряженность электрического поля является силовой характеристикой поля, а потенциал - энергетической. Эти две физические величины связаны между собой. Действительно, сила, действующая на тело в потенциальном поле, связана с потенциальной энергией этого тела соотношением

$$\vec{\mathbf{F}} = -grad(W_p),$$

где

 $grad = (\vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial}{\partial z})$  - дифференциальный оператор градиента. Для сил электрического поля получаем:

$$q\vec{\mathbf{E}} = -grad(q \cdot \boldsymbol{\varphi}) = -q \cdot grad(\boldsymbol{\varphi}); \qquad \vec{\mathbf{E}} = -grad(\boldsymbol{\varphi}); \\ \vec{\mathbf{E}} = -(\vec{\mathbf{i}} \frac{\partial \boldsymbol{\varphi}}{\partial x} + \vec{\mathbf{j}} \frac{\partial \boldsymbol{\varphi}}{\partial y} + \vec{\mathbf{k}} \frac{\partial \boldsymbol{\varphi}}{\partial z}), \qquad (9)$$

где  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  - единичные орты, направленные по осям координат.

(9) Соотношение позволяет ПО одной ИЗ характеристик электрического ПОЛЯ определить другую. Как известно ИЗ дает вектор градиента направление наибольшего математики, Следовательно, функции. направление возрастания вектора напряженности Е электрического поля совпадает с направлением убывания потенциала этого поля.

электростатическое поле Ha изображают практике часто графически с помощью силовых линий или эквипотенциальных поверхностей. Силовые ЛИНИИ электрического поля ЭТО воображаемые линии, направление касательных, к которым совпадает с направлением вектора напряженности й. Силовым линиям

9

электрического поля приписывают направление, совпадающее с направлением вектора напряженности в каждой точке линии. Густота линий выбирается так, чтобы количество линий, пронизывающих единицу площади поверхности, перпендикулярной силовым линиям, было пропорционально числовому значению вектора Ē. Тогда по картине силовых линий можно судить о направлении и величине вектора Ē в разных точках пространства.

На рис.За-б сплошными линиями показаны силовые линии



Рисунок 3.

точечных положительного и отрицательного зарядов, а на рис.3в-г - силовые линии бесконечной равномерно заряженной плоскости. Электрическое поле, силовые линии которого - параллельные прямые, называется однородным. В однородном электрическом поле - направление и величина вектора  $\vec{E}$  одинаковы во все точках пространства.

Эквипотенциальной поверхностью называется воображаемая поверхность, все точки которой имеют одинаковый потенциал. Ее уравнение имеет вид  $\phi(x,y,z) = const$ . На рисунках 3 штриховыми

эквипотенциальных поверхностей. ЛИНИЯМИ показаны сечения Силовые линии электрического поля в каждой точке ортогональны к эквипотенциальным поверхностям, т.к. вектор Е в каждой точке направлен по нормали к эквипотенциальной поверхности. Используя свойство, картине силовых линий можно построить ПО ЭТО эквипотенциальные поверхности электрического поля и, наоборот потенциальным поверхностям можно восстановить картину ПО силовых линий.

#### 2. Описание установки и метода

Основой установки является пластмассовый планшет 1, покрытый электропроводящей бумагой. На бумагу нанесена координатная сетка. На планшете закреплены шесть шпилек 2 с резьбой. С помощью гаек к ним прикрепляются металлические электроды 3 (см. рис.4).



Рисунок 4.

Набор электродов состоит из двух прямоугольных пластин с тремя отверстиями и двух круглых шайб с отверстием, которые закрепляют на средних шпильках планшета с каждой стороны. Шпильки являются контактами в электрической схеме. Третий контакт выполнен в виде металлического щупа 4.

Источник электрической энергии E создает на электродах 3 разность потенциалов  $\Delta \phi_{max}$ . С помощью делителя напряжения (реостата) **R**<sub>1</sub> можно изменять значения потенциала от 0 до  $\phi_{max}$  на

одном из концов резистора  $\mathbf{R}_2$ . Это значение измеряется вольтметром V. Потенциал на втором конце сопротивления  $\mathbf{R}_2$  определяется положением щупа 4 на проводящей бумаге. Гальванометр G фиксирует ток, протекающий через сопротивление  $\mathbf{R}_2$ , если потенциалы на концах его не совпадают по величине.

Отсутствие электрического тока в цепи, показывает, ЧТО потенциал точки на планшете, которой касается щуп, и потенциал, который показывает вольтметр, одинаковы. Таким образом, перемещая щуп по проводящей бумаге, можно найти множество точек, имеющих заданный потенциал. Соединяя эти точки, можно построить эквипотенциальных линий (сечение ОДНУ ИЗ эквипотенциальной поверхности плоскостью планшета).

Для протекания тока через гальванометр, пространство между электродами 3 и щупом 4 следует заполнить проводящим веществом. Его проводимость должна быть на несколько порядков ниже проводимости металла, тогда все точки металлического электрода будут иметь, как и в вакууме, одинаковый потенциал. Выполнение этих условий обеспечивает бумага, покрывающая планшет 1. Суммарный электрический заряд любого малого объема бумаги равен нулю, независимо от протекания тока по ней. Электрическое поле создается только металлическими электродами и не отличается по конфигурации от поля, создаваемого этими же электродами в вакууме при такой же разности потенциалов на них.

Щуп может вносить искажение в распределение потенциала на проводящей бумаге только, если через него протекает ток. Используемый метод полностью исключает искажения такого рода.

# 3. Порядок выполнения работы

1. Заготовить в отчете 3 копии координатной сетки, нанесенной на электропроводящую бумагу.

2. Закрепить на шпильках два электрода прямоугольной формы. На первую копию координатной сетки в отчете нанести положение и форму электродов.

3. Замкнуть ключ Кл. Ползунок реостата  $\mathbf{R}_1$  перевести в положение, соответствующее максимальному показанию вольтметра  $\Delta \varphi_{max}$ . Записать это значение.

4. Перевести ползунок реостата в положение соответствующее  $1/4 \Delta \varphi_{max}$ .

5. Перемещая щуп по поверхности бумаги вдоль прямой, соединяющей центры электродов, найти точку, в которой ток через гальванометр отсутствует. Нанести положение найденной точки на первую копию координатной сетки.

6. Перемещая щуп В направлениях различных найти такие направления его движения, вдоль которых ток через гальванометр отсутствует. Перенести на копию координатной сетки достаточное эквипотенциальной построения число ДЛЯ линии точек, прикосновение к которым щупа не приводит к появлению тока

7. По нанесенным точкам построить эквипотенциальную линию, соответствующую потенциалу  $\varphi_l = 1/4 \Delta \varphi_{max}$ .

8. Измерения, описанные в пунктах 5-7, повторить при показаниях вольтметра равных  $\Delta \varphi_{max}/2$  и  $3\Delta \varphi_{max}/4$ , построить соответствующие эквипотенциальные линии.

9. Измерения, описанные в пунктах 2-8, повторить для двух круглых шайб и для прямоугольного электрода и шайбы.

## Контрольные вопросы

1. Какими свойствами обладают электрические заряды? Сформулируйте закон сохранения заряда.

2. Сформулируйте и запишите закон Кулона.

3. Что такое электрическое поле? Как его можно обнаружить?

4. Что называется напряженностью электрического поля? Какое электрическое поле называется однородным?

5. Сформулируйте принцип суперпозиции электрических полей.

6. Сформулируйте теорему Гаусса для электрического поля в вакууме. Примените ее для расчета напряженности заряженных плоскости, нити, шара.

7. Что называется потенциалом электрического поля?

8. Какова связь силовой и энергетической характеристик поля?

9. Что называется силовыми линиями электрического поля? Эквипотенциальными поверхностями? Эквипотенциальными линиями?

## 2 ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 33

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ БАЛЛИСТИЧЕСКОЙ ПОСТОЯННОЙ ГАЛЬВАНОМЕТРА И ЕМКОСТИ КОНДЕНСАТОРА

Цель работы: изучить свойства проводников в электрическом поле, определить баллистическую постоянную гальванометра, определить емкость конденсатора, ознакомиться со способами включения конденсаторов.

# 2.1 Краткие теоретические сведения

Многие частицы и тела в природе способны взаимодействовать между собой силами, которые, как и силы тяготения, обратно пропорциональны квадрату расстояния между ними, но во много раз больше сил тяготения. Этот вид взаимодействия частиц называют электромагнитным. Способность тел к электромагнитным взаимодействиям определяет физическая величина, которая называется электрический заряд.

Электрический заряд обладает следующими свойствами:

5) Существует два вида электрических зарядов, которые условно называют положительными и отрицательными. Разноименные заряды взаимно притягиваются, а одноименные - отталкиваются;



- 6) Электрические заряды дискретны заряд любого тела кратен целому числу элементарных зарядов  $Q = \pm Ne$ , где N - целое число. равное числу избыточных или недостающих электронов. Носителем элементарного отрицательного заряда является электрон, а положительного - протон. Величина элементарного электрического заряда -  $e = \pm 1.6 \times 10^{-19}$  Кл.
- 7) Электрические заряды подчиняются закону сохранения: в изолированной системе тел алгебраическая сумма зарядов остается постоянной.

Наиболее просто описывается взаимодействие точечных зарядов заряженных тел, размерами которых можно пренебречь по сравнению с расстояниями между этими телами. Взаимодействие описывается законом Кулона точечных зарядов сила взаимодействия точечных неподвижных зарядов **ДВУХ** пропорциональна величине обратно каждого ИЗ зарядов, пропорциональна квадрату расстояния между ними и направлена вдоль прямой, соединяющей эти заряды (рис.2.1):

$$\vec{\mathbf{F}} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \frac{\vec{\mathbf{r}}_{12}}{r}$$
(2.1)

где k - коэффициент пропорциональности, зависящий от выбора системы единиц измерения, в системе СИ  $k = 9 \times 10^9$  Hm<sup>2</sup> / Kл<sup>2</sup> или  $k = 1/4\pi\epsilon_0$ , ( $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12}$  Ф/м - электрическая постоянная),  $q_1$  и  $q_2$  – величины, взаимодействующих зарядов, r – расстояние между ними.

Взаимодействие между покоящимися зарядами осуществляется поле. Всякий через электрическое заряд изменяет свойства окружающего его пространства - создает в нем электрическое поле. Это поле проявляет себя в том, что на помещенный в какую-либо его электрический действует точку заряд сила, пропорциональная величине заряда. За характеристику электрического поля принимают отношение силы, действующей на точечный заряд, помещенный в данную точку поля, к величине этого заряда

$$\vec{\mathbf{E}} = \frac{\vec{\mathbf{F}}}{q} \tag{2.2}$$

Эта векторная величина называется напряженностью электрического поля в данной точке. Из закона Кулона (2.1) следует, что напряженность электрического поля точечного заряда пропорциональна величине заряда *q* и обратно пропорциональна квадрату расстояния *r* от заряда до данной точки поля

$$\vec{\mathbf{E}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r^2} \frac{\vec{\mathbf{r}}}{r}$$
(2.3)

где  $\mathbf{\bar{r}}$  - радиус-вектор, проведенный в рассматриваемую точку поля из точки пространства, в которой находится заряд q. Направлен вектор  $\mathbf{\bar{E}}$  вдоль радиальной прямой, проходящей через заряд и данную точку поля, от заряда, если он положителен, и к заряду, если он отрицателен. Измеряется напряженность электрического поля в Н/Кл или В/м.

Электрическое поле удовлетворяет принципу суперпозиции - напряженность поля системы зарядов равна векторной сумме напряженностей полей, которое создает каждый из зарядов системы в отдельности:

$$\vec{\mathbf{E}} = \sum_{i} \vec{\mathbf{E}}_{i} \ . \tag{2.4}$$

Принцип суперпозиции позволяет вычислить напряженность поля любой системы зарядов. Разбив протяженные заряженные тела на достаточно малые области с зарядом dq, любую систему зарядов можно свести к совокупности точечных зарядов. Вклад каждого из таких зарядов в результирующее электрическое поле (2.4) вычисляется по формуле (2.3).

Силы электростатического поля являются потенциальными, т.е. работа, которая совершается силами поля при перемещении заряда из одной точки поля в другую не зависит от формы траектории, а определяется начальным и конечным положением этого заряда. Потенциальная энергия заряда  $q_0$  в поле заряда q описывается формулой

$$W_p = k \frac{qq_0}{r}, \qquad (2.5)$$

где *г* - расстояние между зарядами.

Потенциалом электрического поля называется физическая величина равная отношению потенциальной энергии заряда к величине этого заряда

$$\varphi = \frac{W_p}{q}.$$
(2.6)

Потенциал электростатического поля, создаваемого точечным зарядом *q* равен:

$$\varphi = \frac{W_p}{q_0} = k \frac{q}{r}.$$

Потенциал поля, создаваемого системой зарядов, равен алгебраической сумме потенциалов, создаваемых каждым зарядом в отдельности.

Напряженность электрического поля связана с потенциалом соотношением  $\vec{\mathbf{E}} = -grad(\boldsymbol{\varphi})$ ; в развернутом виде

$$\vec{\mathbf{E}} = -(\vec{\mathbf{i}}\frac{\partial\varphi}{\partial x} + \vec{\mathbf{j}}\frac{\partial\varphi}{\partial y} + \vec{\mathbf{k}}\frac{\partial\varphi}{\partial z}), \qquad (2.7)$$

где  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  - единичные орты, направленные по осям координат.

Проводниками являются вещества, в которых имеются свободные заряды, способные перемещаться по всему объему проводника под действием сколь угодно малой силы. Поэтому для равновесия зарядов в проводнике необходимо выполнение следующих условий:

а) напряженность поля внутри проводника должна быть равна нулю;

б) напряженность поля на поверхности проводника должна быть в каждой точке направлена по нормали к поверхности.

При равновесии, ни в каком месте внутри проводника не могут существовать объемные заряды. Это означает, что избыточный заряд проводника концентрируется на его поверхности. Конечно, внутри проводника имеются как положительные, так и отрицательные заряды, но они взаимно скомпенсированы и в целом внутренние области проводника электрически нейтральны.

Если уединенному проводнику сообщить заряд q, то он распределится по его поверхности так, чтобы выполнять условия равновесия зарядов. При сообщении проводнику дополнительного заряда q', он распределятся по проводнику, таким образом, как и первый, чтобы не нарушались условия равновесия. Так как напряженность поля внутри проводника равна нулю, то потенциал есть величина постоянная. Из подобия распределения зарядов в уединенном проводнике, следует, что его потенциал пропорционален заряду. Таким образом, для уединенного проводника

$$q = C \cdot \varphi$$

Коэффициент пропорциональности С между потенциалом и зарядом называется электроемкостью проводника. Следовательно

$$C = \frac{q}{\varphi}.$$
 (2.8)

Электроемкость проводника, численно равна заряду, который нужно поместить на проводник, чтобы изменить его потенциал на единицу. За единицу емкости в системе СИ принимают фарад (Ф): 1Ф=1Кл/1В. Электроемкость проводника зависит от его геометрических размеров и диэлектрических свойств среды, в которой он находится.

Уединенные проводники обладают небольшой емкостью. Вместе с тем на практике возникают потребности в устройствах, которые при относительно небольшом потенциале накапливали бы на себе значительные по величине заряды. Такие устройства называют конденсаторами - это совокупность двух любых проводников с одинаковыми по абсолютному значению, но противоположными по знаку зарядами. Проводники называются обкладками конденсатора. Емкость конденсатора определяется соотношением

$$C = \frac{Q}{U},\tag{2.9}$$



где Q – модуль заряда каждой из обкладок, а  $U=\Delta \varphi$  - разность потенциалов между ними. В большинстве случаев форма обкладок конденсатора и их взаимное расположение подбирают таким образом, чтобы внешние

поля не влияли существенно на электрическое поле в конденсаторе, а силовые линии, начинающиеся на одной из обкладок, обязательно заканчивались на другой. Благодаря этому всегда обеспечивается равенство абсолютных значений зарядов на обкладках.

Вычисление емкости конденсаторов сводится к определению разности потенциалов между обкладками конденсатора при известном заряде на обкладках. Емкость плоского конденсатора (рис.2.2)

$$C = \frac{\varepsilon \varepsilon_o S}{d}.$$
 (2.10)

где Q - заряд обкладки;  $\varepsilon$  - диэлектрическая проницаемость диэлектрика;  $\varepsilon_0$  - электрическая постоянная; S - площадь одной из пластин, d - расстояние между пластинами.

На практике для варьирования емкости конденсаторы соединяют в батареи. При этом используют последовательное и параллельное соединения конденсаторов. При последовательном соединении конденсаторов их заряды одинаковы, а напряжение на зажимах батареи равно сумме напряжений на каждом конденсаторов. Емкость батареи последовательно соединенных конденсаторов определяется соотношением

$$\frac{1}{C_{o \delta u \mu}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}$$

При параллельном соединении конденсаторов напряжения на всех конденсаторах одинаковы и равны напряжению источника питания, а заряд батареи конденсаторов равен сумме зарядов каждого из конденсаторов. Общая емкость батареи равна сумме емкостей каждого из конденсаторов. Если обкладки заряженного конденсатора замкнуть проводником, то в нем возникнет электрический ток, а конденсатор разрядится. Ток разряда конденсатора выделяет в проводнике определенное количество тепла, а это значит, что заряженный конденсатор обладает энергией.

Энергия заряженного конденсатора определяется зарядом, разностью потенциалов, емкостью

$$W_p = \frac{QU}{2} = \frac{Q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2}$$

Носителем энергии заряженного конденсатора является электрическое поле между его обкладками. При этом энергия распределена в пространстве с объемной плотностью

$$w = \frac{\varepsilon \varepsilon_o E^2}{2}, \qquad (2.11)$$

где Е - напряженность электрического поля. Отметим, что выражение (2.11) оказывается верным и для неоднородного электрического поля. В этом случае плотность энергии является функцией координат точки, в которой она вычисляется.

#### 2.2 Описание установки и метода измерений

Для экспериментального определения емкости конденсатора в



Рисунок 2.3

соответствии с формулой (2.9) необходимо измерить заряд на обкладках конденсатора и напряжение между ними. На рис.2.3 изображена схема установки. Здесь Е - источник постоянного тока; **R** - потенциометр; **V** - вольтметр; **G** - зеркальный гальванометр; **П** - двухполюсный переключатель; **C** - конденсатор.

При установке переключателя в положение 1 на исследуемый конденсатор подается напряжение U, величина, которого регулируется потенциометром **R** и измеряется вольтметром **V**. Вольтметр и потенциометр могут быть вмонтированы в источник

постоянного тока. В этом случае переключатель П соединяют непосредственно к клеммам источника. При переводе переключателя в положение 2 происходит разряд конденсатора на баллистический гальванометр G, с помощью которого определяется заряд обкладок исследуемых конденсатора. Эталонный конденсатора И два закреплены на панели, куда выведены контактные клеммы двухполюсного переключателя и конденсаторов.

Гальванометрами называют приборы, которые предназначены для измерения малых электрических величин (сила тока, напряжение, заряд) меньших, чем миллионная доля ампера, вольта, кулона. Это достаточно чувствительные приборы, и, как правило, их измеритель



Рисунок 2.4

магнитоэлектрической системы. То тока есть (рис.2.4) измеряемым 1 С током. рамка удерживается в положении равновесия кварцевой нитью 2, и имеет возможность вращаться В магнитном поле постоянного магнита. B положении равновесия рамки (то есть в отсутствие измеряемого тока) вектор индукции магнитного поля параллелен плоскости рамки (см. рис.5). Рамка с измеряемым током І имеет магнитный момент  $\vec{\mathbf{P}}_{\mathbf{m}} = ISN$ , где S - площадь одного витка, а N - количество витков на рамке. В магнитном поле на магнитный момент  $\vec{P}_m$  действует момент сил

ј, который стремится повернуть рамку с током. Под действием этого момента сил нить 2 закручивается на угол α, пропорциональный величине измеряемого тока *I*. Угол закручивания нити измеряется с помощью светового луча, который отражается от зеркала 3, укрепленного на нити.

Гальванометр, предназначенный для измерения заряда, называется баллистическим. Прибор реагирует на величину заряда  $q \approx I \Delta t$  в тех случаях, когда время прохождения тока  $\Delta t$  значительно меньше периода колебаний подвижной системы измерителя. При разряде конденсатора на рамку с током действует импульс момента сил  $M \Delta t$ , который приводит к колебаниям рамки с определенной амплитудой. Начальная амплитуда ее колебаний определяется электрическим зарядом, который прошел через измеритель за время  $\Delta t$ . В данной лабораторной работе для измерений заряда прибор должен быть проградуирован. Цена одного деления носит название баллистической постоянной гальванометра. Для определения баллистической постоянной гальванометра используется эталонный конденсатор с известной емкостью *С*<sub>0</sub>.

Для определения баллистической постоянной  $\beta$  гальванометра необходимо знать заряд, проходящий через рамку гальванометра и число делений  $n_0$ , на которое отклоняется "зайчик" гальванометра при повороте рамки

$$\beta = \frac{q}{n_o}.$$
(2.12)

При заряде эталонного конденсатора емкостью  $C_0$  при напряжении  $U_0$  на нем накапливается заряд

$$q_o = C_o \cdot U_o \tag{2.13}$$

Если этот конденсатор разрядить на гальванометр, то этот заряд вызывает отклонение "зайчика" гальванометра на некоторое число делений *n*<sub>o</sub>. Тогда

$$\beta = \frac{C_o \cdot U_o}{n_o} \tag{2.14}$$

Зная баллистическую постоянную гальванометра ( заряд, вызывающий отклонение "зайчика" гальванометра на одно деление ), можно определить величину любого заряда, прошедшего через гальванометр

$$q = \beta \cdot n \,, \tag{2.15}$$

где *n* - число делений, на которое отклоняется "зайчик" гальванометра.

Если зарядить конденсатор неизвестной емкости при напряжении U и разрядить его на гальванометр, то, заметив максимальное отклонение  $n_x$  "зайчика" гальванометра, можно определить емкость исследуемого конденсатора

$$C = \frac{\beta \cdot n_x}{U} \tag{2.16}$$

## 2.3 Порядок выполнения работы

# Задание № 1 Определение баллистической постоянной гальванометра

- 1. По схеме на рис.2.3 собрать электрическую цепь, подключить эталонный конденсатор  $C_0$ .
- 2. Включить осветитель гальванометра и установить "зайчик" на ноль шкалы.
- 3. Установить напряжение  $U_0 = 60$  В, подаваемое на конденсатор, и зарядить его (переключить П в положение 1).
- 4. Разрядить конденсатор на гальванометр и по шкале отметить максимальное отклонение *n*<sub>0</sub> "зайчика". Измерение произвести 5 раз, записав результаты в таблицу 2.2.

Таблица 2.1

| N⁰ | <i>С</i> <sub>0</sub> ,<br>пФ | $\frac{\Delta C_o}{C_o}$ | $U_o, \mathbf{B}$ | $\frac{\Delta U_o}{U_o}$ | n <sub>o</sub> | $\Delta n_o$ | <i>β</i><br>Кл/дел | ε | <i>∆β</i><br>Кл/дел |
|----|-------------------------------|--------------------------|-------------------|--------------------------|----------------|--------------|--------------------|---|---------------------|
| 1  |                               |                          |                   |                          |                |              |                    |   |                     |
| 2  |                               |                          |                   |                          |                |              |                    |   |                     |
| 3  |                               |                          |                   |                          |                |              |                    |   |                     |
| 4  |                               |                          |                   |                          |                |              |                    |   |                     |
| 5  |                               |                          |                   |                          |                |              |                    |   |                     |
| Ср |                               |                          |                   |                          |                |              |                    |   |                     |

- 5. Вычислить среднее значение  $n_0$ , абсолютные погрешности измерений и среднюю абсолютную погрешность  $\Delta n_{cp}$  и занести в таблицу 2.
- 6. Вычислить баллистическую постоянную гальванометра β, подставив в формулу (2.14) средние значения измеренных величин.
- 7. Определить относительную погрешность  $\beta$  по формуле:

$$\varepsilon = \frac{\Delta\beta}{\beta} = \frac{\Delta C_o}{C} + \frac{\Delta U_o}{U_o} + \frac{\Delta n_{cp}}{n_{cp}},$$

где  $\Delta C_o / C_o$  - определяется по данным на корпусе конденсатора;  $\Delta U_o$  - абсолютная погрешность измерения напряжения, определяется по

классу точности прибора;

 $\boldsymbol{\varepsilon}_{np} = (\Delta U/U_{max}) \times 100\%$ ;  $\Delta U = \boldsymbol{\varepsilon}_{np} U_{max} / 100\%$ .

 $(\mathcal{E}_{np}$  - класс точности прибора,  $U_{\text{max}}$ - максимальное показание шкалы прибора).

8. Абсолютную погрешность вычислить через относительную по формуле

$$\Delta\beta = \varepsilon \cdot \beta$$

9. Результаты записать в стандартной форме

$$\beta_{cp} = (\beta_{cp} \pm \Delta \beta_{cp}).$$

Задание № 2 Определение емкости неизвестных конденсаторов и емкости при их последовательном и параллельном соединении

- 1. Заменить эталонный конденсатор первым исследуемым С2.
- 2. Зарядить конденсатор  $C_1$  при напряжении U = 60 В и разрядив на гальванометр, зафиксировать максимальное отклонение "зайчика" гальванометра  $n_2$ .
- 3. Измерение провести 5 раз и результаты занести в таблицу 2.
- 4. Аналогичные измерения проделать для второго неизвестного конденсатора *C*<sub>2</sub>. Результаты измерений *n*<sub>2</sub> записать в таблицу 2.
- 5. Соединить исследуемые конденсаторы  $C_1$  и  $C_2$  последовательно и повторить в п. 2 3. Значения  $n_{nc}$  записать в табл. 2.2.

Таблица 2.2

| N⁰ | $n_1$ | $\Delta n_1$ | $n_2$ | $\Delta n_2$ | $n_{np}$ | $\Delta n_{np}$ | $n_{nc}$ | $\Delta n_{nc}$ |
|----|-------|--------------|-------|--------------|----------|-----------------|----------|-----------------|
| 1  |       |              |       |              |          |                 |          |                 |
| 2  |       |              |       |              |          |                 |          |                 |
| 3  |       |              |       |              |          |                 |          |                 |
| 4  |       |              |       |              |          |                 |          |                 |
| 5  |       |              |       |              |          |                 |          |                 |
| Ср |       |              |       |              |          |                 |          |                 |

- 6. Исследуемые конденсаторы соединить параллельно, зарядить при U = 60 В , разрядить на гальванометр, определить  $n_{np}$ . Опыт произвести 5 раз.
- 7. Вычислить средние значения  $n_1$ ,  $n_2$ ,  $n_{nc}$ ,  $n_{np}$  их абсолютные погрешности и занести в таблицу 2.
- 8. Определить емкости неизвестных конденсаторов, их

последовательного и параллельного соединений по формуле (2.16).

9. Вычислить относительные погрешности определяемых емкостей по формуле:

$$\varepsilon_{\chi} = \frac{\Delta C}{C} = \frac{\Delta \beta}{\beta} + \frac{\Delta U}{U} + \frac{\Delta n_{\chi}}{n_{\chi}}.$$

10. Вычислить абсолютные погрешности

$$\Delta C_{\rm x} = C_{\rm x} \varepsilon_{\rm x}.$$

- 11. Записать результаты определений C<sub>1</sub>, C<sub>2</sub>, C<sub>nc</sub>, C<sub>np</sub> в стандартном виде.
- 12. Вычислить значения емкостей параллельного и последовательного соединений по формулам

$$C_{nc} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}, \qquad C_{np} = C_1 + C_2$$

и сравнить их с результатами измерений.

Задание №3 Исследование зависимости заряда на обкладках конденсатора от напряжения

- 1. Включить в цепь конденсатор С2.
- 2. Установить напряжение, подаваемое на обкладки конденсатора *U*=20В. Разрядив на конденсатор *C*<sub>1</sub> определить максимальное отклонение "зайчика" гальванометра.
- 3. Изменяя напряжения через каждые 20В, определить отклонение "зайчика" гальванометра для каждого напряжения.
- 4. Опыт повторить, включив в цепь второй конденсатор  $C_2$  и измерив значения отклонения "зайчика" гальванометра  $n_2$  для каждого напряжения.
- 5. По формуле (2.15) вычислить и записать в таблицу 2.3 значения зарядов конденсаторов при каждом напряжении.
- 6. По результатам измерений построить на одном координатном поле графики зависимостей  $q_1$ ,  $q_2$  от U.
- 7. Используя формулы

$$C = \sum_{i=1}^{5} Q_i \cdot U_i / \sum_{i=1}^{5} (U_i)^2, \qquad \Delta C = \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{\Delta \beta}{\beta} + \frac{\Delta U}{U}\right) \cdot \sum_{i=1}^{5} \frac{Q_i}{U_i},$$

вычислить значения емкости исследуемых конденсаторов и погрешностей их определения. Результаты вычислений записать в стандартном виде.

Таблица 2.3

| N⁰ | U   | $n_1$ | $q_1$ | $n_2$ | $q_2$ |
|----|-----|-------|-------|-------|-------|
| 1  | 20  |       |       |       |       |
| 2  | 40  |       |       |       |       |
| 3  | 60  |       |       |       |       |
| 4  | 80  |       |       |       |       |
| 5  | 100 |       |       |       |       |

8. Сравните результаты определения емкостей  $C_1$  и  $C_2$  разными методами (Задание 2 и Задание 3).

## 2.5 Контрольные вопросы

- 1. Какими свойствами обладает поверхность заряженного проводника?
- 2. Что называется электроемкостью уединенного проводника?
- 3. Как устроен конденсатор, и какие виды конденсаторов существуют?
- 4. Что называется электроемкостью конденсатора?
- 5. Как можно определить величину емкости конденсатора?
- 6. Как вычислить энергию электрического поля заряженного проводника через его заряд, емкость?
- 7. Как вычислить энергию электрического поля конденсатора через его заряд, емкость?
- 8. Что такое объемная плотность энергии электрического поля, каким способом она вычисляется?
- 9. Рассказать об устройстве и принципе действия гальванометра магнитоэлектрической системы.
- 10. Что такое баллистическая постоянная гальванометра и каков ее физический смыл?
- 11. Как распределяются заряд и разность потенциалов при параллельном и последовательном соединении конденсаторов?

12. По каким формулам можно вычислить емкость параллельного и последовательного соединений конденсаторов? Выведите эти формулы.

## 25

## З ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 34

# ИЗМЕРЕНИЕ СОПРОТИВЛЕНИЙ С ПОМОЩЬЮ МОСТИКА УИТСТОНА

Цель работы – изучить законы постоянного тока, научиться определять сопротивление проводников с помощью мостика Уитстона.

### 3.1 Краткие теоретические сведения

Электрическим током называется упорядоченное движение электрических зарядов. Для возникновения электрического тока в среде необходимо выполнение двух условий : первое - наличие в веществе среды свободных зарядов, способных перемещаться по всему объему тела под действием сколь угодно малой силы, и второе - действие на свободные заряды сил, которые могут создать упорядоченное движение зарядов. Тела, обладающие свободными зарядами, принято называть проводниками, а частицы, участвующие в переносе заряда - носителями тока. Эти частицы могут быть как микроскопическими - ионы, электроны, так и макроскопическими пылинки, капельки жидкости. Источником силы, способной создать упорядоченное движение зарядов может быть электрическое поле. При внесении проводника в электрическое поле на носители тока будет действовать сила  $\vec{F} = q\vec{E}(q - 3apяд)$  носителя тока,  $\vec{E}$  напряженность электрического поля), приведет которая К ИХ упорядоченному движению.

Для характеристики электрического тока вводится понятие силы тока. Силой тока *I* называется скалярная физическая величина, равная количеству заряда, переносимого через поперечное сечение проводника за единицу времени:

$$I = \frac{dq}{dt},$$

где dq - заряд, проходящий через поперечное сечение проводника за время dt. Если сила тока не изменяется с течением времени, то ток называется постоянным. В этом случае через любое поперечное

сечение проводника за одинаковые промежутки времени *t* протекает одинаковое количество заряда *q*. Поэтому сила постоянного тока равна:

$$26$$
$$I = \frac{q}{t}$$

Вектор плотности тока, направление которого совпадает с направлением движения положительных зарядов, характеризует распределение тока по поверхности, через которую он течет. Величина плотности тока определяется формулой:

$$j = \frac{d^2 q}{dt \cdot dS_{\perp}} = \frac{dI}{dS_{\perp}}$$

где  $dS_{\perp}$  - элементарная площадка перпендикулярная к направлению движения зарядов. Таким образом, вектор плотности тока численно равен заряду, переносимому в единицу времени через одиночную площадку, расположенную перпендикулярно к направлению движения зарядов. Направлен вектор плотности тока в сторону движения положительных зарядов.

Сила тока *I*, текущего по участку однородного проводника, удовлетворяет, как показывает опыт, закону Ома:

$$I=\frac{U}{R},$$

здесь U - напряжения на концах участка проводника, а R - величина, характеризующая данный участок проводника и называемая его сопротивлением. Сопротивление проводника зависит OT его геометрических размеров, материала из которого он изготовлен и температуры. Для однородного проводника при постоянной температуре сопротивление может быть рассчитано по формуле:



$$R=\rho\cdot\frac{l}{S},$$

где  $\rho$  - удельное сопротивление материала, из которого изготовлен проводник, l -длина проводника, S - площадь его поперечного сечения.

Рассмотрим участок цилиндрического проводника, по которому течет ток (рис.1) .Выделим два сечения этого проводника

Рисунок 1.

отстоящих друг от друга на расстоянии dl. Разность потенциалов между этими сечениями  $d\varphi$ . Сопротивление выделенного элемента проводника

 $dR = \rho dl /S.$ 

27

Применяя к рассматриваемому участку проводника закон Ома, получим

$$I = \frac{d\varphi}{dR} = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{d\varphi}{S \cdot dl}, \qquad \qquad j = \frac{I}{S} = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{d\varphi}{dl}.$$

Производная  $d\varphi /dl$  - равна напряженности поля *E* внутри проводника. Поэтому получаем

$$j = \frac{1}{\rho} \cdot E$$

Вектор напряженности электрического поля **Ē** задает направление движения положительных зарядов и направлен также как и вектор плотности тока **j**, поэтому

$$\vec{\mathbf{j}} = \frac{1}{\rho} \cdot \vec{\mathbf{E}} = \boldsymbol{\sigma} \cdot \vec{\mathbf{E}},$$

где  $\sigma = 1/\rho$  - удельная проводимость проводника. Полученное соотношение называется законом Ома в дифференциальной форме.

Рассмотрим электрический металлах. Согласно ток В классической электронной теории, при образовании кристалла металла из отдельных атомов, валентные электроны отделяются от атомов. Образующиеся при этом положительные ионы занимают места в узлах кристаллической решетки. Валентные электроны, отделившиеся от атомов, заполняют все пространство между положительными ионами, компенсируя ИХ кулоновское в узлах Положительные кристаллической отталкивание. ИОНЫ решетки совершают только колебательное движение. Электроны совершают тепловое хаотическое движение, подобно молекулам идеального газа. Правда, в отличие от молекул газа, электроны сталкиваются преимущественно не между собой, а с ионами в узлах Благодаря столкновениям кристаллической решетки. ЭТИМ устанавливается тепловое равновесие между газом свободных электронов и кристаллической решеткой.

При включении электрического поля в металле начинается направленное движение электронов, то есть появляется электрический ток плотность которого равна

$$\vec{\mathbf{j}} = n \cdot e \cdot \vec{\mathbf{u}}_{\mathbf{cp}}$$

где *n* - концентрация электронов,  $\vec{u}_{cp}$  - средняя скорость направленного движения электронов. Сила ,действующая на

28

электроны со стороны электрического поля, сообщает им ускорение

$$\vec{\mathbf{a}} = \frac{e \cdot \vec{\mathbf{E}}}{m},$$

и к концу побега скорость упорядоченного движения достигает в среднем значения

$$\vec{\mathbf{u}}_{\max} = \vec{\mathbf{a}} \cdot \boldsymbol{\tau} = \frac{\boldsymbol{e} \cdot \vec{\mathbf{E}}}{m} \cdot \boldsymbol{\tau},$$

где *т* - среднее время между двумя последовательными соударениями электрона. Это время определяется хаотическим тепловым движением электронов и может быть оценено по формуле

$$\tau = \frac{\lambda}{v}$$

где  $\lambda$  - средняя длина свободного пробега (по порядку величины равное постоянной кристаллической решетки), а *v* - средняя скорость теплового хаотического движения. Поэтому

$$\vec{\mathbf{u}}_{\max} = \frac{e \cdot \vec{\mathbf{E}} \cdot \lambda}{m \cdot v}.$$

Среднее значение скорости упорядоченного движения равно половине максимального

$$\vec{\mathbf{u}}_{\mathbf{cp}} = \frac{1}{2} \cdot \vec{\mathbf{u}}_{\max} = \frac{e \cdot \vec{\mathbf{E}} \cdot \lambda}{2 \cdot m \cdot v}$$

Тогда выражение для плотности тока в металле принимает вид:

$$\vec{\mathbf{j}} = \frac{n \cdot e^2 \cdot \lambda}{2 \cdot m \cdot v} \cdot \vec{\mathbf{E}}$$

Следовательно, электропроводность металла определяется формулой

$$\sigma = \frac{n \cdot e^2 \cdot \lambda}{2 \cdot m \cdot v}.$$

Таким образом, согласно классической электронной теории, сопротивление металла обусловлено соударениями свободных электронов с ионами кристаллической решетки. Столкнувшись с ионом, электрон передает приобретенную от электрического поля дополнительную кинетическую энергию кристаллической решетке. Сообщенная решетке энергия идет на увеличение внутренней энергии металла, что проявляется в нагревании проводника.

#### 29

### 3.2 Изучение работы установки и метода измерений

На рис.2 изображена электрическая схема установки, которая называется "мостом Уитстона". Здесь Е - источник электрического тока, К - выключатель,  $R_{M}$  - магазин сопротивлений,  $R_{x}$  - неизвестное сопротивление, которое определяется в ходе выполнения работы. К узлам цепи А и В подключается реохорд, представляющий собой



Рисунок 2.

тонкую проволоку, натянутую на линейку. По проволоке может перемещаться подвижный контакт (ползунок) **D**, который соединяется с гальванометром **G**.  $R_1$  и  $R_2$  - сопротивление частей проволоки, разделенные ползунком. Длины этих частей обозначим  $l_1$  и  $l_2$ .

"Мост Уитстона" считается сбалансированным, если ток  $I_5$  через гальванометр равен нулю. Это условие означает, что напряжение между точками **С** и **D** равно нулю:  $U_{CD} = 0$ . Это возможно только в том случае если напряжения  $U_{AC} U_{AD} U_{CB}$  и  $U_{DB}$  равны:

$$U_{AC} = U_{AD}$$
;  $U_{CB} = U_{DB}$ ;

ИЛИ

$$I_1 R_x = I_2 R_1$$
;  $I_3 R_m = I_4 R_2$ .

Отсутствие тока через гальванометр приводит к тому, что на участках **AC** и **CB**, **AD** и **BD** - одинаковы

$$I_1 = I_3$$
;  $I_2 = I_4$ .

Используя эти соотношения, получаем уравнение для  $R_x$ :

$$\frac{R_x}{R_M} = \frac{R_1}{R_2}; \qquad \qquad R_x = \frac{R_1}{R_2} \cdot R_M$$

30

Сопротивление  $R_1$  и  $R_2$  частей реохорда запишем в виде  $R_1 = \rho l_1$ /S,  $R_2 = \rho l_2$  / S, где  $\rho$  - удельное сопротивление проводника реохорда, S - площадь поперечного сечения проводника реохорда. Тогда окончательно получаем:

$$R_x = \frac{l_1}{l_2} \cdot R_M$$

Балансировка "моста Уитстона" достигается с помощью магазина сопротивлений  $R_M$ . Для этого следует сначала установить минимальное значение  $R_M$  и заметить направление отклонения кратковременном К. стрелки при замыкании ключа Затем поворачивается ручка, дающее наибольшее изменение R<sub>M</sub>, после поворота ее на одно деление замыкается ключ К. Таким образом находится минимальное значение, установка на которое ручки меняет направление отклонения стрелки . После этого ручка возвращается на деление меньшему на единицу и оставляется в таком положении. Далее эти же действия повторяются с другими ручками магазина сопротивлений строго в порядке убывания цены деления.

### 3.3 Порядок выполнения работы

Задание № 1 Определение величины неизвестного сопротивления

- 1) Собрать цепь по схеме, изображенной на рис. 2.
- 2) Установить ползунок реохорда в положение, соответствующее  $l_1 = 30$  см,  $l_2 = 70$  см.
- 3) С помощью магазина сопротивлений  $R_M$  произвести балансировку моста Уитстона . По полученному значению  $R_M$  рассчитать величину неизвестного сопротивления  $R_x$  :.  $R_x = \frac{l_1}{l_2} \cdot R_M$ . Значения  $R_x$

и *R<sub>M</sub>* записать в таблицу 1.

- 4) Установить полученные значения *R<sub>x</sub>* на магазине сопротивлений и, передвигая движок реохорда *D*, сбалансировать схему.
- 5) Измерить по линейке значения  $l_1$  и  $l_2$  и записать их в таблицу. По новым значениям  $R_M$ ,  $l_1$ ,  $l_2$  рассчитать величину  $R_x$  и записать его в таблицу.

- 6) Измерение сопротивления будет наиболее точным, если  $l_1 = l_2$ , при этом условии  $R_x = R_M$ . Для достижения этого равенства действия, описаны в пунктах 4.5, производить до тех пор, пока  $l_1$  станет равным  $l_2$ .
- 7) По формулам

$$\varepsilon = \frac{\Delta R_x}{R_x} = \frac{\Delta R_M}{R_M} + \frac{\Delta l_1}{l_1} + \frac{\Delta l_2}{l_2}, \qquad \Delta R_x = \varepsilon \cdot R_x,$$

рассчитать абсолютную и относительную погрешности определения величины  $R_x$ . Записать полученное значение  $R_x$  в стандартной форме.

Таблица 1.

| №пп | $l_1$ | $l_2$ | $R_M$ | $R_x$ |
|-----|-------|-------|-------|-------|
|     |       |       |       |       |
|     |       |       |       |       |
|     |       |       |       |       |

Задание № 2 Определение удельного сопротивления нихрома

- 1) Заменить в цепи показанной на рис.2 сопротивление  $R_x$  катушкой из нихромовой проволоки. Записать в табл.2 указанные на катушке длину *L* и ее диаметр *d*.
- 2) Поставить ползунок **D** на середину реохорда ( $l_1 = l_2$ ). Сбалансировать мост Уитстона с помощью магазина сопртивлений  $R_M$  и записать в таблицу 2, полученные значения сопротивления  $R_x$ (сопротивление катушки).
- 3) Действия, описанные в п.1 и п.2 повторить еще для двух катушек нихромовой проволоки. Записать в таблицу 2 соответствующие значения *L*, *d* и *R<sub>x</sub>*.

- 4) Вычислить и записать в табл. 2 ,площади сечения использованных проволок.
- 5) По формуле  $\rho = R_x S / L$  вычислить и записать в табл. 2 три значения удельного сопротивления нихрома.
- 6) Вычислить и записать в табл. 2 среднее значение  $\rho$ , абсолютную погрешность каждого измерения и среднюю абсолютную погрешность.

 Вычислить относительную погрешность *ρ*. Записать окончательный результат в стандартной форме. Таблица 2.

| №<br>пп | L | d | S | $R_x$ | ρ | Δρ |
|---------|---|---|---|-------|---|----|
| 1       |   |   |   |       |   |    |
| 2       |   |   |   |       |   |    |
| 3       |   |   |   |       |   |    |
| Ср      |   |   |   |       |   |    |

# Контрольные вопросы

1. Что такое электрический ток ?

2. При каких условиях возникает ток проводимости.

3. Какими физическими величинами описывается электрический ток.

4. Сформулировать закон Ома в дифференциальной и интегральной формах для однородного, неоднородного участка и замкнутой цепи.

5. Что такое сопротивление проводника? От чего оно зависит?

6. Описание строения металла с точки зрения классической электронной теории.

7. Что является носителями тока в металлах? Как объясняется сопротивление металла классической электронной теорией.

8. Что представляет собой "мост Уитстона"?

9. Каким образом происходит определение неизвестных сопротивлений с помощью "моста Уитстона"?

### 4 ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №35

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОДВИЖУЩЕЙ СИЛЫ ИСТОЧНИКА ТОКА.

Цель работы: определить неизвестную величину электродвижущей силы элемента методом компенсации.



#### 4.1 Краткие теоретические сведения

Если проводнике В создать электрическое поле, то перемещение носителей быстро тока очень приведет к тому, что поле внутри проводника исчезнет И ток прекратится (рис.1а). Для поддержания течение тока В длительного времени необходимо, чтобы в проводнике существовало электрическое поле. Этого можно добиться, если постоянно нарушать равновесное распределение зарядов в

проводнике: например, переносить заряды из областей с меньшим потенциалом (носители тока предполагаются положительными) в области с более высоким потенциалом (рис.1б). Иными словами, необходимо осуществить круговорот зарядов, при котором они двигались бы по замкнутому пути.

Циркуляция вектора напряженности электростатического поля по замкнутому пути равна нулю. Поэтому в замкнутой цепи наряду с движением положительных зарядов под действием сил

электростатического поля в сторону убывания потенциала, должны быть участки цепи, где перенос положительных зарядов происходил бы в направлении возрастания потенциала, т.е. против сил электростатического поля. Перемещение носителей тока против сил электростатического поля, возможно только под действием сил не электростатического происхождения – сторонних сил. Эти силы порождаются химическими процессами, диффузией носителей тока в электрическими неоднородной среде, полями, порождаемые переменными во времени магнитными полями. Устройства, которые

34

являются источниками сторонних сил, принято называть источниками тока.

Основная характеристика источника тока – электродвижущая сила (ЭДС). Э.Д.С. источника – это физическая величина, численно равная работе сторонних сил по перемещению положительного единичного заряда по цепи. Следовательно, если работа сторонних сил над зарядом *q* равна *A*, то

$$E = \frac{A}{q}$$

Э.Д.С. измеряется в Вольтах.

Величина сторонней силы  $\vec{\mathbf{F}}_{ct}$ , действующей на заряд равна

$$\vec{\mathbf{F}}_{\mathrm{CT}} = \vec{\mathbf{E}}^* \cdot q,$$

где  $\vec{\mathbf{E}}^*$  – напряженность поля сторонних сил. Работа сторонних сил над зарядом q на участке цепи 1-2 равна

$$A_{12} = \int_{1}^{2} \vec{\mathbf{F}}_{cT} d\vec{\mathbf{l}} = q \cdot \int \vec{\mathbf{E}}^{*} d\vec{\mathbf{l}} .$$

Разделив эту работу на *q*, получим Э.Д.С., действующую на данном участке:

$$E_{12} = \int_{1}^{2} \vec{\mathbf{E}}^* d\vec{\mathbf{l}}$$

Аналогичный интеграл, вычисленный для замкнутой цепи, даст Э.Д.С., действующую в этой цепи:

$$E = \oint \vec{\mathbf{E}}^* d\vec{\mathbf{l}} \; .$$

Таким образом, Э.Д.С. действующая в замкнутой цепи, может быть определена как циркуляция вектора напряженности поля сторонних сил.

Учитывая то, что на заряд в каждой точке цепи действуют и электростатические и сторонние силы, то суммарная сила равна

$$\vec{\mathbf{F}} = \vec{\mathbf{F}}_E + \vec{\mathbf{F}}_{\rm CT} = q \cdot (\vec{\mathbf{E}} + \vec{\mathbf{E}}_{\rm CT}).$$

Работа, совершаемая этой силой над q зарядом на участке 1-2,

определяется выражением

 $\varphi_1 \xrightarrow{\mathbf{E}} \mathbf{R} \varphi_2$  $(\mathbf{R})$   $(\mathbf{R$ 

35  

$$A_{12} = q \cdot \int_{1}^{2} \vec{\mathbf{E}} d\vec{\mathbf{I}} + q \cdot \int_{1}^{2} \vec{\mathbf{E}}^{*} d\vec{\mathbf{I}} = q \cdot (\varphi_{1} - \varphi_{2}) + q \cdot E_{12}$$
. (1)

Физическаявеличина,численноРисунок 2.равнаяработе,совершаемойприперемещенииединичногозарядаэлектростатическимиистороннимисилами,называется

напряжения или просто напряжением на данном участке цепи. В соответствии с формулой (1)

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + E_{12} \,. \tag{2}$$

Участок цепи, на котором не действуют сторонние силы, называется однородным участком цепи. Если на носители тока действуют и сторонние силы, то такой участок цепи называется неоднородным. Используя выражение (2), формулу закона Ома для неоднородного участка цепи (рис.2а) можно записать в виде

$$I = \frac{U_{12}}{R} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + E}{R} \,. \tag{3}$$

Необходимо помнить, что, если Э.Д.С. способствует движению положительных зарядов в выбранном направлении, то E>0, если препятствует, то E<0.

Положив в формуле (3)  $\varphi_1 = \varphi_2$ , получим выражение закона Ома для замкнутой цепи (рис.2б):

$$I = \frac{E}{R} \,. \tag{4}$$

В формулах (3) и (4) *R* – это полное сопротивление цепи, которое включает в себя внутреннее сопротивление источника тока,
сопротивление соединительных проводов и сопротивление потребителей электрической энергии.

Формулы (3)-(4) используются для расчета простых цепей. Расчет сложных цепей упрощается, если пользоваться правилами Кирхгофа. Первое из них относится к узлам цепи. Узел это точка, в которой сходится более, чем два проводника. Первое правило Кирхгофа гласит, что алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле равна нулю:

$$\sum_{k=0}^{36} I_k = 0.$$
 (5)

Второе правило относится к любому замкнутому контуру, выделенному в этой цепи. Согласно второму правилу Кирхгофа, алгебраическая сумма падений напряжений на каждом участке выбранного замкнутого контура равна алгебраической сумме Э.Д.С., включенных в этот контур:

$$\sum_{k=1}^{N} I_k \cdot R_k = \sum_{k=1}^{N} E_k .$$
 (6)

Решения системы уравнений (5)-(6) позволят найти все токи в цепи, а также рассчитать напряжения на отдельных участках цепи.

#### 4.2 Описание метода измерения и установки.

Задание 1. Измерение Э.Д.С. с помощью вольтметра

Если источник тока замкнуть на внешнее сопротивление *R*, то в цепи появится электрический ток. На внешнем участке цепи положительные заряды от "+" к "-" перемещаются под действием электрических сил. На внутреннем участке – под действием сторонних (например, химических) сил.

Из закона Ома для замкнутой цепи (4) следует, что величина Э.Д.С. в цепи

$$E = IR + Ir,$$

где *IR* и *I*·*r* – падения напряжения на внешнем и внутреннем участках цепи. Самым простым методом измерения Э.Д.С. является метод вольтметра. Вольтметр, подключенный к источнику, будет служить внешним сопротивлением и его показания U = E - Ir будут отличаться от Э.Д.С. лишь на величину  $I \cdot r$ . Отсюда следует, что точность измерения Э.Д.С. зависит от величины сопротивления R самого вольтметра – чем оно больше, тем ближе показания вольтметра к значению Э.Д.С. источника.

Задание 2. Компенсационный метод измерения Э.Д.С.



Рисунок 3.

Наиболее точный результат дает компенсационный метод. Пусть источники С Э.Д.С.  $E_1$ и  $E_2$ В цепь по схеме включены изображенной на рис.4.3. В этой схеме Е –аккумулятор, питающий Э.Д.С. величина цепь. которого удовлетворяет условиям  $E > E_1$  и E > $E_2; E_1$ эталонный источник (элемент Вестона  $E_1$  =1,0183 В при  $20^{\circ}$ C);  $E_2$  – исследуемый источник; G гальванометр высокой чувствительности; АВ \_ реохорд проволока, натянутая (тонкая на метровую линейку с ползунком С);  $R_{M}$ магазин сопротивлений, С

помощью которого можно увеличивать сопротивление гальванометра и тем самым предохранить его от больших токов в начале эксперимента; П – двухполюсный переключатель; К<sub>1</sub> и К<sub>2</sub> однополюсные ключи.

Компенсационный метод заключается в том, что Э.Д.С.  $E_1$  и  $E_2$  компенсируются разностью потенциалов на участке *AC* реохорда *AB*, создаваемой питающим источником *E*. Иначе говоря, если  $E_1$  и  $E_2$  будут равны по величине разности потенциалов  $U_{AC}$ , создаваемой источником, то в цепи гальванометра тока не будет, гальванометр покажет нуль. В первом случае  $E = U_{AC_1} = IR_1$ , где  $R_1$  – сопротивление

участка реохорда  $AC_I$ ; I – ток, создаваемый питающим источником E в реохорде.

Компенсация, определяемой Э.Д.С., возможна в том случае, если падение напряжения на всем реохорде  $U_{AB}$  будет больше  $E_1$ , то есть должно выполняться условие  $E > E_1$ . Учитывая, что  $R_1 = \rho \cdot l_1 / S$ , получим:

$$E_1 = I \cdot \rho \cdot \frac{l_1}{S} \,. \tag{7}$$

38

Переключив ключ **П** на исследуемый источник и добившись компенсации, аналогичным образом получим:  $E_2 = U_{AC_2} = IR_2$  и, соответственно,

$$E_2 = I \cdot \rho \cdot \frac{l_2}{S} \tag{8}$$

Замечая, что величины *I*, *р*, *S* в уравнениях (7) и (8) одинаковые, можно получить соотношение

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{l_1}{l_2}; \qquad E_2 = E_1 \cdot \frac{l_2}{l_1}. \tag{9}$$

## 4.3 Порядок выполнения работы

- 1. Собрать цепь по схеме, изображенной на рис.3, строго соблюдая полярность подключения источников тока. Приступать к проведению измерений до проверки схемы преподавателем категорически запрещается.
- 2. На магазине сопротивлений набрать 10 000 Ом.
- 3. Замкнуть переключатель **П** на эталонный элемент  $E_1$ .
- 4. Замкнуть ключ К<sub>1</sub>.
- 5. На короткое время замыкая и размыкая ключ **К**<sub>2</sub> (кнопку), передвигать ползунок до тех пор, пока стрелка гальванометра установится на нуль.
- 6. Разомкнуть ключ К<sub>2</sub>.
- 7. На магазине сопротивлений установить нуль, этим самым повышая чувствительность схемы, снова добиться отсутствия тока в цепи гальванометра.
- 8. Определить по линейке реохорда длину  $l_1 = AC_1$ .

- 9. Переключить ключ **П** на исследуемый элемент  $E_2$  и повторить действия пунктов 2) 7).
- 10. Определить по линейке длину  $l_2 = AC_2$ .
- 11. Опыт повторить три раза и результаты измерений записать в таблицу 1.

39

# Таблица 1.

| №<br>ПП | <i>E</i> <sub>1</sub> , B | <i>l</i> <sub>1</sub> , см | $\Delta l_{1},$ cm | <i>l</i> <sub>2</sub> , см | $\Delta l_2,$ см | <i>E</i> <sub>2</sub> , B | $\Delta E_2,$ B | 3 |
|---------|---------------------------|----------------------------|--------------------|----------------------------|------------------|---------------------------|-----------------|---|
| 1.      |                           |                            |                    |                            |                  |                           |                 |   |
| 2.      |                           |                            |                    |                            |                  |                           |                 |   |
| 3.      |                           |                            |                    |                            |                  |                           |                 |   |
| Cp.     |                           |                            |                    |                            |                  |                           |                 |   |

# 4.4 Обработка результатов измерений

- 1. Найти средние значения  $l_1$  и  $l_2$ , абсолютные погрешности измерений этих величин и средние абсолютные погрешности  $\Delta l_1$  и  $\Delta l_2$ .
- 2. По формуле (9) вычислить *E*<sub>2</sub>, используя средние значения величин *l*<sub>1</sub> и *l*<sub>2</sub>.
- 3. Вывести формулу для расчета относительной погрешности *E*<sub>2</sub>.
- 4. Учитывая, что  $\Delta E_1 = 0,00005$  В, определить абсолютную погрешность  $\Delta E_2$ .

#### 40

#### Контрольные вопросы

- 1. При каких условиях в проводнике будет ток?
- 2. Что называется Э.Д.С. источника тока.
- 3. Что такое сторонние силы и как вычислить их работу на участке цепи?
- 4. Как вычислить работу по перемещению заряда на участке цепи?
- 5. Какой участок цепи называют однородным, неоднородным?
- 6. Сформулируйте закон Ома для однородного и неоднородного участков цепи.
- 7. В чем сходство и различие между Э.Д.С., падением напряжения и разностью потенциалов на участке цепи?
- 8. Сформулируйте правила Кирхгофа.
- 9. Опишите способ определения Э.Д.С. источника методом вольтметра, укажите его достоинства и недостатки.
- 10. В чем суть метода компенсации для измерения Э.Д.С.? Выведите расчетную формулу.
- 11. Всегда ли можно использовать метод компенсации для определения Э.Д.С.?
- 12. Какую роль в схеме играют гальванометр и магазин сопротивлений?
- 13. Выведите формулу для расчета относительной и абсолютной погрешностей определяемой Э.Д.С..

#### 5 ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 42

41

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕННОСТИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ОСИ СОЛЕНОИДА С ПОМОЩЬЮ БАЛЛИСТИЧЕСКОГО ГАЛЬВАНОМЕТРА

Цель работа - установить для средней точки оси соленоида зависимость напряженности магнитного поля от силы тока, выявить характер распределения напряженности магнитного поля по длине оси соленоида при постоянном значении тока в цепи.

### 5.1 Краткие теоретические сведения

Электрическое и магнитное поля взаимосвязаны. Они есть формы проявления электромагнитного поля, посредством которого осуществляется взаимодействие между электрически заряженными частицами или телами. Магнитное поле создается проводниками с движущимися электрически заряженными частицами током, И телами, обладающими магнитными моментами, a также изменяющимся во времени электрическим полем.

Магнитное поле, создаваемое электрическим током, описывается с помощью векторных величин - магнитной индукции  $\vec{B}$  и напряженности магнитного поля  $\vec{H}$ , связанных между собой отношением

$$\vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H}; \tag{5.1}$$

где  $\mu$  - магнитная проницаемость среды;  $\mu_0$  – магнитная постоянная ( $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Тл·м/А). Единица магнитной индукции - тесла (Тл), напряженности магнитного поля - ампер на метр (А/м). Магнитная индукция зависит от размеров и формы проводника, силы и направления тока, положения точки, в которой определяется  $\vec{B}$ .

В описании магнитного поля важно понятие элемента тока -



Рисунок 5.1

векторной величины, равной произведению *Idl*, где I - сила тока в проводнике; dl элементарный отрезок проводника, которому присваивается как вектору направление движения положительных зарядов в нем. Закон Био-Савара-Лапласа задает индукцию магнитного поля, создаваемого элементом тока в точке, положение которой относительно

42

элемента определяется радиус-вектором  $\vec{r}$  (см. рис. 5.1).

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{\left[Id\vec{l},\vec{r}\right]}{r^3}.$$
 (5.2)

Согласно принципу суперпозиции магнитных полей магнитная индукция  $\vec{B}$  поля, создаваемого проводником с током I,

$$\vec{B} = \int d\vec{B} = \frac{\mu \mu_0 I}{4\pi} \int \frac{[d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3};$$
(5.3)

где интегрирование проводится по всей длине проводника. В случае прямолинейного, бесконечно длинного проводника использование законов (5.2) и (5.3) приводит к соотношению

$$B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2I}{r_0}; \tag{5.4}$$

где  $r_o$  - расстояние от точки, в которой отделяется магнитная индукция, до проводника.

Циркуляция вектора магнитной индукции *в* вдоль замкнутого контура L определяется как криволинейный интеграл

$$\oint_{(L)} B_l dl;$$

Здесь  $B_l$  - проекция вектора  $\vec{B}$  на направление касательной и контуру L в каждой его точке. Закон полного тока для магнитного поля запишется так:

$$\oint_{(L)} B_l dl = \mu \mu_0 I_{oxe}; \tag{5.5}$$

где *I*<sub>охв</sub> - алгебраическая сумма токов в проводниках, охватываемых контуром L.



Рисунок 5.2

В физике технике И широко используются для создания магнитного поля катушки тороидальной формы – тороиды (см. рис. 5.2). Закон полного тока (5.5)позволяет легко определить индукцию магнитного поля в тороиде, по виткам которого протекает ток I. Для всех точек окружности радиуса r, центр которой совпадает с центром соленоида, она равна

$$B = \frac{\mu\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{NI}{r}.$$
(5.6)

Здесь N – полное число витков тороида. Направлен вектор  $\vec{B}$  в каждой точке по касательной к окружности в соответствии с правилом правого винта или буравчика.

На основе формул (5.2) и (5.3) можно определить индукцию магнитного поля, создаваемого на оси кругового витка с током и на оси соленоида – катушки цилиндрической формы (см. рис. 5.3, а и б).



Рисунок 5.3

На оси кругового витка с радиусом R, по которому проходит ток I,

$$B = \frac{\mu\mu_0}{2} \cdot \frac{I \cdot R}{\left(R^2 + r_0^2\right)^{3/2}}.$$
 (5.7)

Здесь  $r_0$  – расстояние от центра витка до точки наблюдения. На оси соленоида с током I имеем

$$B = \frac{\mu\mu_0}{2} \cdot n \cdot I \cdot (\cos\alpha_1 + \cos\alpha_2), \qquad (5.8)$$

где n – число витков соленоида, приходящееся на единицу его длины (n = N/l). Если длину соленоида устремить к бесконечности, формула (5.8) преобразуется в

$$B = \mu \mu_0 n I; \tag{5.9}$$

при этом поле в бесконечном соленоиде оказывается однородным, магнитная индукция его во всех точках внутри соленоида одинакова. Формулу (5.9) можно получить также из формулы (5.6), если устремить радиус тороида г к бесконечности. Возможно использование формулы (5.9) для описания поля в реальном соленоиде, длина которого много больше его диаметра, и тороиде при условии, что его радиус много больше радиуса витков обмотки. Магнитный поток (поток вектора магнитной индукции  $\vec{B}$ ) через

#### 44

малую поверхность площадью dS:

$$d\Phi_m = BdS\cos(\vec{B},\vec{n}); \tag{5.10}$$

где *n* - единичный вектор нормали к поверхности dS. Магнитный поток через произвольную поверхность S:

$$\Phi_m = \int_{(S)} d\Phi_m = \int_{(S)} B_n dS; \qquad (5.11)$$

Здесь  $B_n$  - проекция вектора  $\tilde{B}$  на направление нормали к поверхности S в каждой ее точке.

Явление электромагнитной индукции - возникновение ЭДС  $\varepsilon_{uno}$  в проводнике при его перемещении в магнитном поле либо в замкнутом проводящем контуре вследствие его движения в магнитном поле или изменения самого поля. Закон Фарадея для электромагнитной индукции

$$\varepsilon_{uho} = -\frac{d\Phi_m}{dt}; \qquad (5.12)$$

где  $\Phi_{\rm m}$  - магнитный поток через поверхность, ограниченную контуром.

#### 5.2 Описание установки и метода измерений.

На рис. 5.4 изображена электрическая схема установки.



Основным элементом ее является соленоид С, соединенный через двухполюсный переключатель П с источником постоянного тока Е. создаваемый в Ток, соленоиде, регулируется реостатом R И измеряется амперметром Вдоль оси A. соленоида может измерительная L, перемещаться катушка соединенная С баллистический гальванометром G. Положение измерительной внутри соленоида определяется с помощью линейки, на катушки которой эта катушка закреплена.

Электрический ток создает в соленоиде постоянное магнитное

45

поле, напряженность которого Н следует измерить. Магнитный поток, проходящий через измерительную катушку,

$$\Phi_L = BS_L N_L; \tag{5.13}$$

где S<sub>L</sub> - площадь сечения обмотки катушки; N<sub>L</sub> - число витков в ней. Вектор магнитной индукции направлен вдоль оси катушки, поэтому имеющийся в формуле (5.10)  $\cos(\vec{B},\vec{n})=1$ . Для измерения Н изменяют с помощью переключателя П направление тока в соленоиде на противоположное. Это приводит к изменению на противоположные направления вектора  $\vec{B}$  и знака магнитного потока Ф. Тогда изменение магнитного потока через измерительную катушку

$$\Delta \Phi_L = 2\Phi_L = 2BS_L N_L; \tag{5.14}$$

Изменение магнитного поля в соленоиде приводит к появлению ЭДС индукции, И электрического тока В измерительной катушке. Кратковременный импульс тока фиксируется баллистическим гальванометром - первое, максимальное отклонение его зайчика а пропорционально величине заряда q, прошедшего через гальванометр:

$$q = \beta \cdot a; \tag{5.15}$$

где  $\beta$  - баллистическая постоянная гальванометра. Величина заряда с помощью определения силы тока (I = dq/dt) и закона Ома для замкнутой цепи (I= $\epsilon/R$ ) может быть выражена через  $\epsilon_{\text{инд}}$ :

$$q = \int dq = \int I dt = \int \frac{\mathcal{E}_{u H \partial}}{R} dt;$$

Здесь R - полное сопротивление цепи измерительной катушки и гальванометра. Подстановка в эту формулу закона (5.12) приводит к следующему выражению:

$$q = \frac{1}{R} \int d\Phi_m = \frac{1}{R} \Delta \Phi_L = \frac{2BS_L N_L}{R}; \qquad (5.16)$$

Сравнение формул (5.15) и (5.16) позволяет определить величину магнитной индукции:

$$B = \frac{\beta R}{2S_L N_L} a; \tag{5.17}$$

и перейти с помощью формулы (5.1) к выражению, позволяющему вычислить напряженность магнитного поля:

$$H = \frac{\frac{46}{\beta R}}{2\mu\mu_0 S_L N_L} a; \tag{5.18}$$

Для намотки измерительной катушки используется основание из немагнитного материала, в этом случае можно считать  $\mu = 1$ .

## 5.3 Порядок выполнения работы

Задание 1 Изучение распределения напряженности магнитного поля по оси соленоида при постоянном токе в обмотке

1. Собрать установку по схеме, изображенной на рис. 5.4. Установить измерительную катушку в центре соленоида (X = 0).

2. После проверки включить источник постоянного тока и установить реостатом ток I = 1,5 А. Включить гальванометр и установить нулевое положение зайчика на шкале гальванометра.

3. Быстрым переключением двухполюсного переключателя П изменить направление тока в обмотке соленоида, заметить величину максимального отклонения зайчика гальванометра *a*, выразив ее в числе наименьших делений шкалы (мм).

4. Меняя положение измерительной катушки через каждые 2 см, повторять опыт до тех пор, пока катушка не выйдет за пределы соленоида (X=14 см). Результаты всех измерений записать в табл. 5.1.

Таблица 5.1

| № п/п | Х, см | а, дел | Н, А/м |
|-------|-------|--------|--------|
| 1     | 0     |        |        |
| 2     | 2     |        |        |
| 3     | 4     |        |        |
|       |       |        |        |
| •     | •     |        |        |

| 8 | 14 |  |
|---|----|--|

Задание 2 Изучение зависимости напряженности магнитного поля в соленоиде от силы тока в обмотке

1. Измерительную катушку установить в центре соленоида (X = 0), понизить реостатом ток в соленоиде до значения I = 0,5 A.

2. Изменить переключателем П направление тока в соленоиде и заметить величину максимального отклонения зайчика гальванометра по шкале прибора. Записать результат измерения в табл. 5.2.

47

Таблица 5.2

| № п/п | I, A | а, дел | Н, А/м |
|-------|------|--------|--------|
| 1     | 0,50 |        |        |
| 2     | 0,75 |        |        |
| 3     | 1,00 |        |        |
| 4     | 1,25 |        |        |
| 5     | 1,50 |        |        |

3. Повторить измерения, увеличивая силу тока на 0,25 A до значения I = 1,5 A включительно. Результаты измерений записать в табл. 5.5.

# 5.4 Обработка результатов измерений.

1. Перенести в табл. 5.3 с установки значения  $\beta$ , R, S<sub>L</sub> и N<sub>L</sub>.

Таблица 5.3

| β, Кл/дел | R, Om | $S_L$ , $M^2$ | N <sub>L</sub> | С, А/(м·дел) |
|-----------|-------|---------------|----------------|--------------|
|           |       |               |                |              |
|           |       | βR            | -              | -            |

$$C = \frac{\beta R}{2\mu_0 S_L N_L}$$

вычислить и записать в табл. 5.3 значение коэффициента С.

5. По формуле H = C *a* вычислить и записать в табл. 5.1 значения напряжённости магнитного поля, соответствующие всем значениям координаты катушки X.

3. Построить график зависимости напряженности магнитного поля от координаты Х.

4. По формуле H = Ca вычислить и записать в табл. 5.2 значения напряженности магнитного поля, соответствующие всем значениям силы тока I.

5. Построить график зависимости напряженности магнитного поля Н от силы тока I.

## 5.5 Дополнительное задание

1. Цель задания - проверка соответствия результатов измерений теоретической формуле (5.8) для распределения напряженности магнитного поля вдоль оси соленоида конечной длины.

5. Произвести обмер соленоида – измерить и записать его длину и диаметр витков обмотки.

48

3. Посчитать число витков соленоида, приходящееся на 1 см. Вычислить и записать полное число витков соленоида и число витков, приходящееся на единицу его длины (1 м).

4. Преобразовать формулу (5.8) таким образом, чтобы выразить в явном виде напряженность магнитного поля как функцию расстояния от точки на оси соленоида до его центра Х.

5. Составить с помощью пакета МАТКАД программу вычисления значений этой функции для всех точек оси соленоида. Произвести вычисления и получить график зависимости H(X).

6. Сделать дополнение к программе для сравнения теоретической и экспериментальной зависимостей Н от Х. Ввести в компьютер результаты измерений и распечатать полученный график.

7. Сделать вывод о соответствии теории эксперименту.

# 5.6 Контрольные вопросы:

1. Что такое магнитная индукция и напряженность магнитного поля? Какова связь между этими величинами?

5. Что такое элемент тока?

3. Сформулировать и доказать закон Био-Савара-Лапласа.

4. В чем заключается принцип суперпозиции магнитных полей?

5. Чему равна магнитная индукция поля, создаваемого бесконечным прямолинейным проводником с током?

6. Чему равна циркуляция магнитной индукции по замкнутому контуру?

7. Что такое тороид? Чему равна магнитная индукция поля, создаваемого тороидом?

8. Чему равна магнитная индукция поля, создаваемого на оси кругового витка с током?

9. От чего и каким образом зависит магнитная индукция поля в соленоиде?

10. Что такое магнитный поток через малую площадку и произвольную поверхность?

11. В чем заключается явление электромагнитной индукции? Сформулировать закон Фарадея для электромагнитной индукции.

15. Чем определяется отклонение зайчика баллистического гальванометра?

13. Каким образом измеряется с помощью баллистического гальванометра напряженность магнитного поля в соленоиде?

#### 49

# 6 ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 44.

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ УДЕЛЬНОГО ЗАРЯДА ЭЛЕКТРОНА С ПОМОЩЬЮ МАГНЕТРОНА И ЭЛЕКТРОННО-ЛУЧЕВОЙ ТРУБКИ

Цель работы - изучить закономерности движения электрического заряда в магнитном поле, определить удельный заряд электрона.

## 6.1 Краткие теоретические сведения.

Силовой характеристикой магнитного поля является вектор магнитной индукции  $\vec{B}$ . Он может быть измерен по действию магнитного поля на движущуюся в нем заряженную частицу, на малую рамку с током и на малый элемент проводника с током.

На заряженную частицу, движущуюся в магнитном поле, действует сила Лоренца, равная векторному произведению скорости частицы v и вектора магнитной индукции  $\vec{B}$ , умноженному на величину заряда частицы

$$\vec{F}_{\scriptscriptstyle A} = q \left[ \vec{v}, \vec{B} \right]$$
(6.1)

Величина силы Лоренца

$$F_{n} = q \ v \ B \ \sin \alpha, \tag{6.2}$$

где  $\alpha$  - угол между векторами  $\vec{v}$  и  $\vec{B}$ , по направлению сила перпендикулярна  $\vec{v}$  и  $\vec{B}$ .

Если заряженная частица движется в однородном магнитном поле ( $\vec{B}$  = const) в направлении, перпендикулярном магнитной индукции ( $\vec{v} \perp \vec{B}$ ), то сила Лоренца создает постоянное перпендикулярное скорости ускорение  $a_n = F_n/m$ . Это соответствует движению частицы по окружности с радиусом R, связанным с ускорением соотношением

$$\frac{v^2}{R} = a_n = \frac{qvB}{m}; \tag{6.3}$$

Период обращения частицы по окружности  $T=2\pi R/v$  с учетом  $\rightarrow$  соотношения (6.3) равен



 $T = \frac{2\pi \cdot m}{eB}; \tag{6.4}$ 

для электрона он зависит только от величины магнитной индукции.

Более сложным оказывается

Рисунок 6.1

50

движение частицы в случае, если вектор скорости направлен под произвольным углом  $\alpha$  к вектору  $\vec{B}$  (см. рис. 6.1). Вектор скорости тогда удобно разложить на две составляющие – продольную (параллельную вектору магнитной индукции)  $v_{\parallel} = v \cos \alpha$ И поперечную (перпендикулярную направлению поля)  $v_{\perp} = v \cdot sin\alpha$ . Из формулы (6.2) видно, что сила Лоренца определяется только поперечной составляющей скорости v<sub>1</sub>. Действие силы Лоренца поперечную составляющую изменяет только скорости, также поворачивает ее в плоскости, перпендикулярной направлению поля. Такое изменение скорости соответствует движению частицы по винтовой линии (рис. 6.2). При этом радиус винтовой линии R связан



Рисунок 6.2

с поперечной скоростью  $v_{\perp}$  соотношением (6.3), а, значит, период обращения электрона Т тоже определяется формулой (6.4).

Соответственно шаг винтовой линии  $h = v_{\parallel} \cdot T$  можно вычислить по формуле

$$h = \frac{2\pi \cdot m \cdot v \cdot \cos \alpha}{eB}.$$
 (6.5)

При малых углах α соsα≈1, тогда шаг винтовой линии, по которой движется частица,

$$h = \frac{2\pi \cdot m \cdot v}{eB} \tag{6.6}$$

не зависит от угла между векторами скорости и магнитной индукции. Отсюда следует возможность магнитной фокусировки электронных пучков – все электроны, вылетающие из одной точки под различными, но малыми углами к направлению магнитного поля должны снова собраться в одну точку, находящуюся на расстоянии h. Но при этом должны быть равны по величине их скорости.

Соотношение (6.3) можно использовать для определения удельного заряда частицы, равного отношению ее электрического

51

заряда к массе:

$$\frac{q}{m} = \frac{v}{RB};\tag{4.7}$$

Условия, при которых можно определить скорость электрона, величину магнитной индукции поля, в котором этот электрон движется, и радиус описываемой им окружности, реализуются в магнетроне.

Магнетрон, используемый в данной работе, представляет собой электронную вакуумную лампу-триод, помещенную внутрь соленоида - катушки, по которой протекает создающий магнитное поле электрический ток. Магнитное поле внутри соленоида можно считать однородным, вектор магнитной индукции в любой точке направлен вдоль оси, величина его

$$B = \mu_0 nI; \tag{4.8}$$

 $\mu_0$ -магнитная постоянная ( $\mu_0 = 4 \pi 10^{-7} \Gamma_{H/M}$ ); n - число витков



ная ( $\mu_0 = 4 \pi 10^{-7}$  Гн/м); п - число витков соленоида, приходящееся на единицу его длины; I- сила тока в витках.

На рис. 4.3 показано взаимное расположение электродов в лампе: тонкий цилиндрический катод К проходит вдоль оси лампы и соленоида, его окружает полый

металлический цилиндр анода А, между ними, ближе к катоду, находится цилиндрическая проволочная спираль сетки С. Через катод пропускается электрический ток, раскаляющий его (ток накала). Это приводит к явлению термоэлектронной эмиссии - испусканию катодом электронов. Электроны испускаются поверхностью катода с различными скоростями, вероятность, что электрон будет иметь определенное значение скорости, задается распределением Максвелла.

С помощью разности потенциалов U между катодом и сеткой создается электрическое поле, действие которого на электроны вызывает их направленное движение от катода к аноду. Электрон, покинувший катод с минимальной скоростью, равной нулю, и прошедший от катода до сетки, приобретает кинетическую энергию

$$\frac{mv^2}{2} = eU; \tag{6.9}$$

где е - заряд электрона. Электроны, покинувшие катод с отличной от нуля скоростью, приобретают такую же дополнительную энергию. Большая часть этих электронов проходит через промежутки между проволоками сетки и попадает в. пространство между сеткой и анодом. Минимальная скорость электрона, влетающего в это пространство, определяется из формулы (6.9):

$$v_{\min} = \sqrt{\frac{2eU}{m}} \,. \tag{6.10}$$

Для определения удельного заряда электрона можно также использовать соотношение (6.6). Для этого следует поместить в соленоид не триод, а электронно-лучевую трубку осциллографа и, изменяя силу тока в обмотке соленоида, наблюдать на экране последствия движения электронов по винтовой линии.

## 4.2 Описание установки и метода измерений

На рис. 6.4 изображена электрическая схема той части установки, в которой используется магнетрон. Левая ее часть служит



для создания между сеткой С и катодом К разности потенциалов U, регулируется величина которой реостатом  $R_1$ И измеряется Миллиамперметр mA служит вольтметром V. для измерения анодного тока. Правая часть схемы предназначена для создания и реостатом  $R_2$ электрического регулировки тока В соленоиде магнетрона L, сила тока в соленоиде I<sub>C</sub> измеряется амперметром A. Напряжение U<sub>H</sub> создает ток накала в катоде.

ток Ід Анодный создается потоком электронов, которые ускоряются испускаются катодом, электрическим полем В пространстве между катодом и сеткой, затем двигаются с постоянной от сетки к аноду. Это движение происходит скоростью v В магнитном поле с величиной индукции  $\vec{B}$ , причем скорость

53

перпендикулярна вектору магнитной индукции. Действие силы Лоренца на электроны приводит к тому, что траектория его движения превращается в окружность, радиус которой R определяется из



формулы (6.3); 
$$R = \frac{mv}{eB}$$
; (6.11)

На рис. 6.5 изображено поперечное сечение магнетрона, где  $R_A$  - радиус анода A;  $R_C$  - радиус сетки C. Электрон, пролетевший сквозь сетку со скоростью v, движется по траектории T, радиус которой  $R_K$  называется критическим. Траектория

Рисунок 6.5 с критическим радиусом касается анода в одной точке. Расчет показывает, что

$$R_{K} = \frac{R_{A}}{2} \left[ 1 + \left( \frac{R_{C}}{R_{A}} \right)^{2} \right];$$

Радиус траектории, по которой движется электрон, зависит по формуле (6.11) от его скорости и величины магнитной индукции, они, в свою очередь, определяются разностью потенциалов между сеткой и катодом U и силой тока в соленоиде I<sub>C</sub>. При различных значениях этих величин могут реализоваться две ситуации:

1)  $R > R_K$ , в этом случае электрон попадает на анод;

2)  $R < R_K$ , электрон не попадает на анод и возвращается к катоду.

Метод измерения удельного заряда электрона с помощью магнетрона предусматривает создание между сеткой и катодом постоянной разности потенциалов U с последующим измерением зависимости анодного тока I<sub>A</sub> от тока в соленоиде I<sub>C</sub>. Типичный вид этой зависимости приведен на рис. 4.6. Увеличение силы тока в



обмотке соленоида I<sub>C</sub> приводит к увеличению магнитной индукции В по закону (6.8). Из формулы (6.11) следует, что при этом уменьшается радиус окружности, по которой движется электрон:

$$R = \frac{mv}{e\mu_0 nI_c}$$

54

. Пока радиус траектории, по которой электроны движутся с минимальной скоростью  $v_{min}$ , остается большим, чем  $R_K$ , сила анодного тока не изменяется. При равенстве  $R=R_K$  сила тока в соленоиде называется критической, значение ее определяется условием

$$R_K = \frac{mv_{\min}}{e\mu_0 nI_K};$$
(6.12)

Если бы все электроны имели одинаковую скорость  $v_{min}$ , превышение током в соленоиде значения  $I_K$  привело бы к полному исчезновений анодного тока. Так как электроны имеют различные скорости, большие  $v_{min}$ , увеличению силы тока в соленоиде при значениях  $I_C > I_K$  приводит к постепенному уменьшению анодного тока. Характер зависимости  $I_A$  от  $I_C$  позволяет определить  $I_K$ , а подстановка в формулу (6.12) выражения (6.10) - получить рабочую формулу для вычисления удельного заряда электрона:

$$\frac{e}{m} = \frac{2U}{(\mu_0 n I_K R_K)^2};$$
(6.13)

На рис. 6.7 изображено устройство электронно-лучевой трубки



осциллографа. Она представляет собой стеклянный баллон, ИЗ которого выкачан воздух до высокого вакуума. Электроды 2-5 образуют электронную пушку, создающую узкий пучок электронов 8, фокусируется на экране 9. Экран трубки который покрыт флюоресцирующим веществом и поэтому светится в месте попадания в него электронного пучка. Две пары параллельных пластин 6 и 7 служат для отклонения электронного пучка в вертикальном и горизонтальном направлениях.

#### 55

Электронная пушка содержит в качестве источника электронов катод 2, который раскаляется спиралью 1. Цилиндрический электрод с отверстием 3 выделяет узкий пучок электронов. На него подается отрицательный относительно катода потенциал, изменяя величину которого можно регулировать число электронов в пучке и яркость пятна на экране. Поэтому электрод 3 называется управляющим. На цилиндрический 5 пустотелый анод подается большой положительный потенциал, ускоряющий электроны, анод называется ускоряющим. Второй анод 4 имеет более низкий потенциал, чем анод 5. Он образует электрическое поле, фокусирующее электронный пучок на экране и называется фокусирующим. Потенциалы на всех электродах создаются блоком питания осциллографа и регулируются с помощью ручек на передней панели прибора.

Таким образом, все электроны в электронно-лучевой трубке проходят ускоряющую разность потенциалов между катодом и ускоряющим анодом, они приобретают кинетическую энергию, задаваемую формулой (6.9). Ускоряющая разность потенциалов

определяется конструкцией осциллографа, ее значение приведено в установки. На горизонтальные параметров таблице пластины подается переменное напряжение, которое вызывает отклонения электронного пучка вертикальном направлении, В ИЗ-За него осциллографа экране превращается светящаяся точка на В вертикальную линию. Расстояние от точки отклонения до экрана L=203 мм. В данной установке электронно-лучевая трубка находится внутри соленоида, создающего магнитное поле с индукцией, которая определяется формулой (6.8). Все электроны, изменившие свое действия электрического направление движения из-за поля горизонтальных пластин, должны пройти по винтовым линиям с одинаковым шагом h и собраться после этого в одной точке. Если шаг винтовой линии совпадает с величиной L, то эта точка приходится на экран, т.е. на экране осциллографа вертикальная линия снова превратится в точку. Это позволяет определить величину *h*. Из формулы (6.6) следует

$$\frac{e}{m} = \frac{2\pi \cdot v}{hB}.$$

Отсюда с учетом соотношений (4.8) и (6.9) получаем

$$\frac{e}{m} = \frac{8\pi^2 U}{(\mu_0 nI \cdot h)^2};$$
(4.14)
  
56

#### 4.3 Порядок выполнения работы

Задание 1. Определение удельного заряда электрона с помощью магнетрона

1. Собрать цепь по схеме, изображенной на рис. 6.4 (регуляторы напряжения  $R_1$  и тока  $R_2$ , а также вольтметр V могут быть вмонтированы в источники питания). После проверки цепи преподавателем включить источники питания.

2. Установить значения напряжения накала  $U_H$  и разности потенциалов между сеткой и катодом U, указанные в таблице, имеющейся на установке. Записать значения U в табл. 2.1.

Таблица 6.1

| U, B | n, м <sup>-1</sup> | <b>R</b> <sub>к</sub> , м | μ <sub>0</sub> , Гн/м | $I_{\kappa}, A$ |  |
|------|--------------------|---------------------------|-----------------------|-----------------|--|
|      |                    |                           |                       |                 |  |

6. Из таблицы на установке перенести в табл. 6.1 значения числа витков на единицу длины соленоида и критического радиуса

траектории электрона R<sub>K</sub>. Записать в табл. 6.1 значения магнитной постоянной µ<sub>0</sub>.

4. В указанных преподавателем пределах изменять регулярным образом силу тока в соленоиде  $I_C$ . Значения  $I_C$  и соответствующие им значения анодного тока  $I_A$  записать в табл. 6.2

5. По данным табл. 6.2 построить график зависимости I<sub>A</sub> от I<sub>C</sub>, руководствуясь при этом правилами, изложенными в Приложении 1 данных методических указаний.

Таблица 6.2

| I <sub>C</sub> , A  |  |  |
|---------------------|--|--|
| I <sub>A</sub> , mA |  |  |

6. Из точки вертикальной оси графика, соответствующей значению  $I_A$  при токе в соленоиде  $I_C = 0$ , провести прямую, параллельную горизонтальной оси, а затем прямую, продолжающую участок графика с наибольшим наклоном кривой. Вторую прямую вести до пересечения с первой, из точки пересечения опустить перпендикуляр на горизонтальную ось (см. рис. 6.6). Значение, соответствующее положению перпендикуляра, считать величиной  $I_K$ , записать его в табл. 6.1.

57

7. Вычислить удельный заряд электрона, подставив а формулу (6.8) значения величин из табл. 4.1.

8. Вычислить удельный заряд электрона по табличным значениям е и m, сравнить с результатами измерений.

Задание 2. Определение заряда электрона с помощью электроннолучевой трубки

1. Подключть к выводам обмотки соленоида на передней панели осциллографа источник питания, амперметр реостат в соответствии с правой частью схемы на рис. 6.4.

2. Из таблицы на установке перенести в табл. 6.3 значения ускоряющего напряжения, числа витков на единицу длины соленоида и расстояния от точки отклонения электронного пучка до экрана электронно-лучевой трубки L. Записать в табл. 4.3 значения магнитной постоянной  $\mu_0$ .

Таблица 6.3

| U, B | n, м <sup>-1</sup> | L, м | μ <sub>0</sub> , Гн/м |
|------|--------------------|------|-----------------------|
|      |                    |      |                       |

6. Включить осциллограф, прогреть его 2-3 минуты до появления на экране светящегося пятна. Регулятором «Фокус» на передней панели осциллографа (см. рис. 1.3) сфокусировать пятно в точку.

4. Переключатель «Делитель» установить в положение «Калибр». Регулятором «Калибровка амплитуды» длину вертикальной риски на экране довести до 40 мм.

5. Подать напряжение на соленоид, внутри которого находится электронно-лучевая трубка. Установить минимально возможную силу тока в нем.

6. Увеличивать силу тока в соленоиде пока линия на экране не превратится в точку. Записать в табл. 6.4 соответствующее значение силы тока I и шага винтовой линии h=L.

7. Продолжить увеличение силы тока в соленоиде пока появившаяся на экране линия не превратится снова в точку. Записать в табл. 6.4 второе значение силы тока I и шага винтовой линии h=L/2.

| N⁰  | I, A | һ, м | e/m,  | $\Delta e/m$ |
|-----|------|------|-------|--------------|
|     |      |      | Кл/кг |              |
| 1   |      |      |       |              |
| 2   |      |      |       |              |
| 3   |      |      |       |              |
| Cp. |      |      |       |              |

58

Таблица 4.4

8. Продолжить увеличение силы тока в соленоиде пока появившаяся на экране линия не превратится снова в точку. Записать в табл. 6.4 третье значение силы тока I и шага винтовой линии h=L/6.

9. По формуле (6.14) вычислить три значения удельного заряда электрона и записать в табл. 6.4.

10. Определить среднее значение удельного заряда электрона, абсолютные погрешности отдельных измерений, среднюю

абсолютную и относительную погрешности. Записать конечный результат в стандартной форме.

## 4. Контрольные вопросы

- 1. Что такое удельный заряд частицы?
- 2. Как устроен магнетрон?

3. Как движется электрон в пространстве между катодом и сеткой? Чему равна приобретаемая электроном скорость?

4. Какая сила определяет движение электрона между сеткой и анодом магнетрона? Как движется электрон под действием этой силы?

5. Каким образом зависит анодный ток в магнетроне от силы тока  $I_C$  в соленоиде? Почему?

6. Каким образом зависит радиус кривизны траектории электрона от его скорости и от величины вектора магнитной индукции?

7. Как зависит величина магнитной индукции поля, создаваемого соленоидом, от силы тока в обмотке?

8. По какой траектории движется электрон в электронно-лучевой трубке, находящейся в продольном магнитном поле? Какими величинами определяются параметры этой линии?

# 59

# 7 ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 45.

# ПОСТРОЕНИЕ КРИВОЙ НАМАГНИЧИВАНИЯ ЖЕЛЕЗА.

Цель работы - ознакомиться с теорией намагничивания вещества, получить кривую намагничивания железа B = f(H) и кривую зависимости относительной магнитной проницаемости от напряженности магнитного поля  $\mu = f(H)$ .

# 7.1 Краткие теоретические сведения

При внесении во внешнее магнитное поле напряженностью  $\tilde{H}$  любых веществ они намагничиваются, т.е. приобретают способность создавать собственные магнитные поля, которые накладываются на внешнее поле. Причина намагничивания заключается в том, что во всех веществах существуют круговые токи, замыкающиеся в пределах каждого атома (молекулярные токи). Их магнитные

свойства, как и магнитные свойства тела в целом, описываются с помощью вектора магнитного момента.

Для плоского замкнутого контура, по которому течет ток силы I, вектор магнитного момента

$$\vec{P}_m = IS\vec{n};\tag{7.1}$$

где S - площадь, ограниченная контуром; *n* - единичный вектор



Bo

нормали к контуру, направление которого связано С направлением контуре тока В правилом правого винта (рис. 5.1).

Ha контур с током однородном В магнитном поле действует вращающий момент сил

$$\vec{M} = [\vec{P}_m, \vec{B}], \qquad (7.2)$$

где  $\vec{P}_m$  - вектор магнитного момента контура с

током;  $\vec{B}$  - вектор индукции магнитного поля. Рисунок 7.1 стремится привести контур с током в Вращающий момент Mположение устойчивого равновесия, при котором вектор  $\vec{P}_m$  совладает по направлению с вектором  $\vec{B}$ , и потенциальная энергия минимальна:  $W_P = -\vec{P}_m \cdot \vec{B}$ 

(7.3)поле происходит упорядочение внешнем магнитном молекулярных токов

#### 60

вещества, в результате которого его суммарный магнитный момент становится отличным от нуля. Степень намагничивания вещества характеризуется векторной величиной - намагниченностью:

$$\vec{J} = \frac{1}{\Delta V} \sum_{i=1}^{N} \vec{P}_{mi} , \qquad (7.4)$$

где  $\Delta V$  – макроскопически малый объем вещества, в котором заключено N атомов.  $\vec{P}_m$  - магнитный момент i-го атома, равный суммарному магнитному моменту всех электронов В атоме. Намагниченность вещества пропорциональна напряженности внешнего магнитного поля  $\vec{H}$ :

$$\vec{J} = \chi \cdot \vec{H} , \qquad (7.5)$$

где  $\chi$  - коэффициент пропорциональности, безразмерная величина, называемая магнитной восприимчивостью вещества.

Упорядочение молекулярных токов вещества, находящегося во внешнем магнитном поле, приводит к возникновению собственного с индукцией B'. Таким образом, индукция поля магнитного результирующего магнитного доля  $\vec{B}$  в макроскопически малом объеме вещества

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}', \tag{7.6}$$

где  $\vec{B}_0$  и  $\vec{B}'$  - индукции внешнего магнитного поля и суммарного магнитного поля молекулярных токов. Индукция магнитного поля в веществе связана с напряженностью внешнего магнитного поля  $\vec{H}$ :

$$\vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H} . \tag{7.7}$$

Здесь µ - магнитная проницаемость среды (вещества), которая связана с магнитной восприимчивость χ соотношением:

$$\mu = 1 + \chi \,. \tag{7.8}$$

По магнитным свойствам вещества разделяются на диамагнетики ( $\mu$ <1,  $\chi$ <0), парамагнетики ( $\mu$ >1,  $\chi$ > 0) и ферромагнетики ( $\mu$ »1,  $\chi$ »1). Диамагнетики - вещества, у которых собственный магнитный момент всех электронов атома в отсутствие внешнего магнитного поля равен нулю. При внесения такого вещества в магнитное поле магнитный момент каждого электрона в атоме (молекулярного тока) испытывает действие вращающего момента  $\vec{M}$ . Это действие изменяет движение электрона таким образом, что орбита его и магнитный момент  $\vec{P}_m$ 

61

процессию вокруг начинают совершать



Рисунок 7.2

направления вектора магнитной индукции  $\vec{B}$  (вектор  $\vec{P}$  образует придвижении конус, осью которого является вектор  $\vec{B}$  (рис. 7.2)). Дополнительное движение электрона приводит возникновению К индуцированного магнитного момента направленного противоположно всегда Такой *B* . магнитной индукции магнитный момент приобретают все атомы вещества, в результате диамагнетик намагничивается против внешнего магнитного поля, уменьшая его.

В парамагнетиках суммарный магнитный момент атома в отсутствие внешнего поля не равен нулю. Но в результате теплового движения и вызванных им столкновений между атомами магнитные моменты атомов ориентированы в пространстве совершенно беспорядочно и вещество  $(\vec{J} = 0).$ намагниченным При оказывается не внесении парамагнитного вещества в магнитное поле поворот магнитного момента атома по направлению поля в результате столкновения становится более вероятным, чем против поля. Причина этого – потенциальной энергии при взаимодействии минимальность магнитного момента с полем, когда момент ориентирован вдоль поля (см. формулу 7.3). Число атомов, магнитные моменты которых направлены вдоль поля, начинает превышать число атомов с противоположным магнитным моментом, а суммарный магнитный момент всех атомов оказывается не равным нулю и направленным вдоль поля. При этом он на порядок превышает противоположно направленный магнитный момент, возникающий из-за прецессионного движения всех электронов вещества. В результате парамагнетик намагничивается вдоль поля, увеличивая его.

Ферромагнетики – твердые вещества, которые могут иметь намагниченность при отсутствии внешнего магнитного поля (остаточная индукция ферромагнетика). Необходимым признаком ферромагнетиков есть существование постоянных, не зависящих от внешнего поля, спиновых или орбитальных магнитных моментов электронных оболочек атомов, из которых состоят эти вещества.

62

Зависимость напряженности внешнего магнитного OT ПОЛЯ индукции J=f(H) И магнитной  $B = \phi(H)$ намагниченности ЛЛЯ ферромагнетиков имеет сложный характер. На рис. 5.3 показано, какой вид имеет эта зависимость для изначально ненамагниченного ферромагнитного образца (основная нулевая ИЛИ кривая намагничивания).



При некоторой напряженности внешнего магнитного поля  $H_m$  намагниченность достигает насыщения  $J_m$ , причем насыщение наступает в слабых магнитных полях. Основная кривая намагничивания в координатах В и Н приведена на рис. 7.3, б.

Ферромагнетики не могут характеризоваться такими постоянными величинами как магнитная восприимчивость  $\chi$  и Это восприимчивость μ. объясняется нелинейной магнитная зависимостью Ј от Н и В от Н для ферромагнетиков, а потому  $\chi$  и  $\mu$ зависят от напряженности внешнего магнитного поля. На рис 7.3, в приведена типичная для ферромагнетиков зависимость µ от Н. При H=0 магнитная проницаемость больше единицы, это так называемая проницаемость. С начальная увеличением Η функция  $\mu(H)$ увеличивается и достигает максимума, а затем в сильных магнитных полях, когда достигнуто состояние насыщения, величина снова стремится в единице.

Зависимость Η J Η В OT И OT кроме нелинейности характеризуется также неоднозначностью. Эта неоднозначность носит название магнитного гистерезиса и проявляется в том, что магнитные свойства ферромагнетика зависят от тех магнитных взаимодействий, в которых он участвовал раньше. На рис. 7.4 кривая 0-1 отвечает намагничиванию до насыщения (точка 1 – вершина петли гистерезиса) изначально ненамагниченного ферромагнетика.



Если затем уменьшать внешнее магнитное поле Н, то индукция В поля в ферромагнетике будет значе-ния принимать соответственно кривой H=01-2. При намагниченность не исчезнет. магнитное поле образца характеризуется индукцией B<sub>r</sub>, которую называют остаточной индукцией (ей соответствует остаточная намагниченность J<sub>m</sub>). Для уничтожения остаточной индукции вещества и полного размагничивания образца необходимо поместить его во внешнее поле обратного знака с напряженностью H<sub>C</sub>, которая называется коэрцитивной силой (точка 3). Если поле обратного знака и далее увеличивать, то намагниченность ферромагнетика снова достигнет насыщения (точка 4). При дальнейшем уменьшении обратного поля, а затем изменении его направления магнитная индукция В будет меняться и ее значения будут соответствовать другой кривой – 4-5-6-1. Таким образом, при действии на ферромагнетик переменного магнитного поля индукция В в веществе изменяется, следуя замкнутой кривой 1-2-3-4-5-6-1. Эта кривая петлей гистерезиса. Начальная максимальная называется И магнитные проницаемости, а также остаточная индукция B<sub>r</sub> и основными характеристиками коэрцитивная сила H<sub>C</sub> являются ферромагнетика. Эти вещества характеристики зависят OT химического состава и внутреннего строения вещества.

Изменение напряженности внешнего поля Н в границах, не обеспечивающих насыщение (H<H<sub>m</sub>), ведет к возникновению немаксимакльной петли гистерезиса. Она будет лежать внутри максимальной петли и носить название частного цикла (см. рис. 7.4, кривая 1'-4'-1'). При этом вершина петли гистерезиса – точка 1' будет

#### 64

всегда на основной (нулевой) кривой намагничивания 0-1.

Магнитные свойства ферромагнетиков определяются наличием между электронами соседних атомов так называемого обменного взаимодействия, имеющего особую квантовомеханическую природу. Это взаимодействие возникает при наложении друг на друга

 $J_m$   $J_m$ 

электронных оболочек атомов И магнитные заставляет моменты всех ориентироваться В атомов одном В ферромагнетике направлении. образуются области большого объема самопроизвольного (спонтанного) намагничивания \_ домены, размеры доменов от 1 до 10 мкм. Ферромагнетик в пределах домена намагничен ЛО насыщения J<sub>m</sub>, т.е. магнитные моменты всех атомов имеют одно направление. В первоначально ненамагниченном

Рисунок 7.5

состоянии направления намагниченности соседних доменов противоположны, так что суммарный магнитный момент образца равен нулю (рис. 7.5).

Результирующие магнитные моменты соседних доменов сориентированы так, что образовывают замкнутое магнитное поле, минимальна. энергия которого При намагничивании И перемагничивании ферромагнетика во внешнем магнитном поле Н происходят два процесса. Сначала растут домены, намагниченности которых J<sub>m</sub> составляют небольшой угол с полем Н (домены 2 и 4 на рис. 7.5). Рост происходит за счет тех доменов, у которых этот угол большой (домены 1 и 3). Это явление называется процессом смещения, в слабых магнитных полях он является обратимым. Процесс смещения ведет к уменьшению энергии ферромагнетика во внешнем магнитном поле, поэтому он энергетически выгоден. При дальнейшем увеличении напряженности магнитного поля происходит ориентация векторов спонтанной намагниченности доменов J<sub>m</sub> по направлению внешнего поля. При этом магнитные моменты атомов в пределах домена поворачиваются одновременно, без нарушения параллельности друг другу. Это называется процессом вращения. доменов необратим и служит вращения Процесс причиной возникновения гистерезиса. Необратимость процесса намагничивания

65

связана также с «задержкой» в смещении границ между доменами, которая вызывается различными искажениями кристаллической решетки (включения, неоднородности, внутренние напряжения и т.п.).

## 7.2 Описание установки и метода измерений

На рис. 7.6 изображена электрическая схема установки. Исследуемым веществом является железо, из которого изготовлен



Рисунок 7.6

сердечник тороида Т. Первичная обмотка тороида имеет  $N_1$  витков и соединяется через двухполюсный переключатель П с источником постоянного тока Е. Ток, создаваемый в обмотке  $N_1$ , регулируется реостатом R и измеряется амперметром А. Вторичная обмотка тороида имеет  $N_2$  витков и соединяется с баллистическим гальванометром G.

Внешнее магнитное поле напряженностью H внутри тороида создается током  $I_1$  в первичной обмотке, причем

$$H = I_1 \frac{N_1}{L} = I_1 n_1$$
(7.9)

где L - длина осевой линии тороида; n<sub>1</sub> - число витков первичной обмотки, приходящееся на единицу длины тороида.

Для измерения индукции магнитного поля В в сердечнике тороида используется баллистический метод, который заключается в изменении с помощью переключателя П направления тока I<sub>1</sub> и замере сопровождающего это изменение отклонения зайчика гальванометра. Магнитный поток, проходящий через вторичную обмотку,

## 66

осевой линии тороида и перпендикулярно к плоскости витка, поэтому в формуле (5.7)  $\cos(\vec{B}\cdot\vec{n})=1$ . При изменении направления тока в первичной обмотке изменяется на противоположное направление вектора  $\vec{B}$ , тогда знак магнитного потока Ф тоже изменяется. В этом случае изменение магнитного потока через вторичную обмотку

$$\Delta \Phi = 2 \ \Phi_2 = 2 \ B \ S \ N_2. \tag{7.11}$$

Изменение магнитного поля в тороиде приводит к появлений ЭДС BO вторичной обмотке. индукции И электрического тока баллистическим Кратковременный импульс тока фиксируется гальванометром - первое, максимальное отклонение его зайчика пропорционально величине заряда прошедшего через q, гальванометр:

$$q = \beta a, \qquad (7.12)$$

где  $\beta$  — баллистическая постоянная гальванометра, а- максимальное отклонение зайчика гальванометра. Величина заряда q из

определения силы тока (I = dq/dt) и закона Ома для замкнутой цепи (I =  $\epsilon/R$ ) может быть выражена через  $\epsilon_{\mu \mu \mu}$ :

$$q = \int dq = \int I dt = \int \frac{\mathcal{E}_{uh\partial}}{R} dt ,$$

где R - полное сопротивление цепи вторичной обмотки и гальванометра. Подстановка в эту формулу закона (7.9) приводит к выражению

$$q = \frac{1}{R} \int d\Phi_2 = \frac{1}{R} \cdot \Delta \Phi_2 = \frac{2BSN_2}{R}.$$
(7.13)

Сравнение формул (7.12) и (7.13) позволяет определить величину магнитной индукции:

$$B = \frac{\beta \cdot R}{2SN_2} a = Ca , \qquad (7.14)$$

где С- постоянная величина,

$$C = \frac{\beta \cdot R}{2SN_2} \,. \tag{7.15}$$

#### 67

### 7.3 Порядок выполнения работы

1. Записать в табл, 7.1 паспортные данные установки.

Таблица 7.1

| β,<br>Кл/дел. | . R, Ом | <b>S</b> , м <sup>2</sup> | L. м | $N_1$ | N <sub>2</sub> | С.<br>Тл/дел. |
|---------------|---------|---------------------------|------|-------|----------------|---------------|
|               |         |                           |      |       |                |               |

2. Собрать установку по схеме, изображенной на рис. 7.6 (реостат R и двухполюсный переключатель П могут быть вмонтированы в корпус установки). После проверки электрической цепи преподавателем подключить источник постоянного напряжения Е. Включить осветитель гальванометра и установить зайчик на нуль шкалы.

3. Замкнуть переключателем  $\Pi$  цепь первичной обмотки и с помощью реостата R установить ток  $I_1 = 0,5$  A. Несколько раз переключателем

П изменить направление тока в цепи для того, чтобы создать устойчивое намагничивание в железе.

7. Дождавшись установки зайчика на нуль шкалы, быстрым переключением двухполюсного переключателя Π изменить первичной обмотке, направление тока В заметить величину максимального отклонения зайчика гальванометра а, выразив ее в числе наименьших делений шкалы (мм).

5. Увеличивая ток в первичной обмотке на 0,1 А, повторять для каждого значения тока измерения, описанные в п.п. 3, 7. Максимальное значение тока, при котором следует проводить измерения, - 1,5 А. Результаты всех измерений записать в табл. 7.2. Таблица 7.2

| $I_1, \Lambda$ | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,8 | 0,9 | 1,0 | 1,1 | 1,2 | 1,3 | 1,4 | 1,5 |
|----------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| A              |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
| а,<br>дел.     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
| Н,             |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
| A/m            |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
| B,             |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
| Тл             |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
| μ              |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |

68

## 7.4 Обработка результатов измерений

1. Для всех значений I<sub>1</sub> вычислить по формуле (7.9) и занести в табл. 7.2 напряженности магнитного поля Н.

2. По формуле (7.15) вычислить и занести в табл. 7.1 значение постоянной С.

3. Для всех значений I<sub>1</sub> вычислить по формуле (7.14) и занести в табл.7.2 величины магнитной индукции В.

7. Для всех значений I<sub>1</sub> вычислить по формуле

$$\mu = \frac{B}{\mu_0 H},\tag{7.16}$$

где магнитная постоянная  $\mu_0 = 4 \pi 10^{-7}$  Тл м/А, магнитные проницаемости железа и занести их в табл. 7.2.

5. По данным табл. 7.2 построить кривую намагничивания железа - график зависимости магнитной индукции В от напряженности магнитного поля Н.

6.По данным табл. 7.2 построить график зависимости магнитной проницаемости железа от напряженности магнитного поля Н.

## 7.5 Контрольные вопросы

1. Сформулируйте определение магнитного момента контура с током. Как определяется направление магнитного момента?

2. Как ведет себя контур с током во внешнем магнитном поле?

3. Сформулируйте определение намагниченности и магнитной проницаемости вещества. Объясните причину намагничивания вещества.

7. Что следует понимать под магнитным полем в веществе?

5. Какова связь индукции и напряженности магнитного поля в веществе?

6. Какова связь магнитной проницаемости и магнитной восприимчивости вещества?

7. По каким признакам вещества делят на диа-, пара-, ферромагнетики?

8. Объясните природу диамагнетизма.

9. Объясните природу пара- и ферромагнетизма.

10. Какой вид должна иметь кривая намагничивания ферромагнетика и парамагнетика?

11. Какой вид должна иметь зависимость μ = f(H) для ферромагнетика и парамагнетика?

69

# 8 ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 46

# НАБЛЮДЕНИЕ ПЕТЛИ ГИСТЕРЕЗИСА И ПОСТРОЕНИЕ КРИВОЙ НАМАГНИЧИВАНИЯ ЖЕЛЕЗА С ПОМОЩЬЮ ОСЦИЛЛОГРАФА

Цель работы – получить на экране осциллографа семейство петель гистерезиса, построить кривую намагничивания железа и график зависимости относительной магнитной проницаемости  $\mu$  от напряженности магнитного поля H.

## 8.1 Краткие теоретические сведения

Если эта работа выполняется раньше лабораторной работы №45, следует сначала изучить краткие теоретические сведения из раздела 5 данных методических указаний.

Электронный осциллограф предназначен для исследования быстропеременных электрических процессов. С его помощью можно измерять силу тока и напряжение, изменение их во времени, сдвиг фаз их колебаний, сравнивать частоты и амплитуды различных переменных напряжений. Кроме того, осциллограф с помощью соответствующих преобразователей позволяет исследовать неэлектрические процессы, например, измерять малые промежутки времени, кратковременные давления и т. д.

Основной частью осциллографа является электронно-лучевая трубка (рис. 8.1), представляющая собой стеклянный баллон, из



Рисунок 8.1

70

которого выкачан воздух до высокого вакуума. Электроды 2-5 образуют электронную пушку, создающую узкий пучок электронов 8, который фокусируется на экране 9.

Экран трубки покрыт флюоресцирующим веществом и поэтому светится в месте попадания в него электронного пучка. Две пары параллельных пластин 6 и 7 служат для отклонения электронного пучка в вертикальном и горизонтальном направлениях.

Электронная пушка содержит в качестве источника электронов катод 2, который раскаляется спиралью 1. Цилиндрический электрод с отверстием 3 выделяет узкий пучок электронов. На него подается отрицательный относительно катода потенциал, изменяя величину

которого можно регулировать число электронов в пучке и яркость пятна на экране. Поэтому электрод 3 называется управляющим. На пустотелый цилиндрический анод 5 подается большой положительный потенциал, ускоряющий электроны, анод называется ускоряющим. Второй анод 4 имеет более низкий потенциал, чем анод 5. Он образует электрическое поле, фокусирующее электронный пучок на экране и называется фокусирующим. Потенциалы на всех электродах создаются блоком питания осциллографа и регулируются с помощью ручек на передней панели прибора.

Если на пару горизонтально расположенных параллельных U<sub>Y</sub>, 6 подать напряжение между пластин НИМИ возникнет электрическое поле, действие которого отклонит электронный пучок. В результате светящаяся точка на экране сместится в вертикальном пропорциональна U<sub>Y</sub>. величина смещения направлении, Если подаваемое напряжение, зависит от времени по закону U<sub>Y</sub>(t), этим же будет описываться движение светящейся законом точки В вертикальном направлении. В осциллографе предусмотрено усиление переменного напряжения U<sub>Y</sub>(t) специальным усилителем, величина усиления регулируется соответствующей ручкой. Предусмотрено также ослабление подаваемого на вход осциллографа сигнала делителем.

Вертикально расположенные параллельные 7 пластины позволяют при подаче на них напряжения U<sub>X</sub> смещать положение светящейся точки на экране В горизонтальном направлении. Зависимость напряжения от времени U<sub>x</sub>(t) будет задавать закон светящейся точки В горизонтальном движения направлении. Напряжение  $U_X(t)$  может вводиться в осциллограф через вход X и

#### 71

усиливаться специальным усилителем. Регулировка усиления производится ручкой "Синхронизация". В этом случае движение светящейся точки по экрану есть сумма вертикального и горизонтального движений.
В осциллографе имеется релаксационный генератор, называемый генератором развертки. Он вырабатывает пилообразное напряжение (рис. 8.2), которое подается на горизонтальные Рисунок 8.2

отклоняющие пластины. При такой зависимости  $U_X(t)$  в пределах одного периода T на экране возникает график зависимости  $U_Y(t)$ .



Если зависимость  $U_Y(t)$  периодическая и период ее совпадает с T, график будет неподвижен, при несовпадении периодов он будет перемещаться вдоль горизонтальной оси. График зависимости  $U_Y(t)$  наблюдается в виде непрерывной линии при частоте развертки v = 1/T > 20 Гц. При меньших частотах по экрану будет двигаться светящаяся точка.

Для изучения коротких импульсов предусмотрена работа осциллографа в режиме ждущей развертки с синхронизацией исследуемым сигналом. В таком режиме генератор, вырабатывающий напряжение  $U_X$ , линейно зависящее от времени, включается с поступлением на вход осциллографа импульса  $U_Y$ . На экране появляется график зависимости от времени напряжения в импульсе  $U_Y(t)$ . Процесс согласования работы генератора развертки с поступающим в осциллограф сигналом называется синхронизацией.

На рис. 8.3 изображена лицевая панель осциллографа со всеми органами управления: 1 - экран; 2 - тумблер, включающий сетевое напряжение; 3 - регулятор яркости; 4 - регулятор фокусировки



Рисунок 8.3

электронного пучка; 5 - смещение по Х; 6 - смещение по У (вращение позволяет смещать изображение на экране ручек 5 и 6 В горизонтальном и вертикальном направлениях); 7 - вход Ү, место подключения исследуемого напряжения U<sub>Y</sub>(t); 8 - регулятор усиления исследуемого напряжения U<sub>Y</sub>(t), позволяет регулировать также вертикальный размер изображения на экране; 9 - ручка делителя, который позволяет ослабить исследуемое напряжение U<sub>Y</sub>(t) в пропорции, указанной на шкале, применяется, если невозможно помощью регулятора вертикальный установить С 8 размер изображения в пределах экрана (установка 8 в положение "калибр" вызывает появление на экране риски, отмеряющей известное значение напряжения U<sub>Y</sub>); 10 - ручка, регулирующая длину риски при работе в режиме "калибр" (соответствующее этой длине значение напряжения считывается со шкалы, расположенной над ручкой 10, производится калибровка амплитуды, таким образом т. e. величины); 11 - вход Х, место подключения определение ее напряжения  $U_{\rm X}(t)$ , которое можно подать на горизонтальные отклоняющие пластины; 12 - ручка "Синхронизация", регулирующая усиление подаваемого на горизонтальные отклоняющие пластины напряжения U<sub>X</sub>(t) и горизонтальный размер изображения на экране; 13 - переключатель "Род работы", задающий режим работы генератора развертки - непрерывной или ждущей развертки

"усилит. переключателя " позволяет (положение подать на горизонтальные отклоняющие пластины напряжение с входа Х); 14 синхронизации", устанавливающий переключатель "Род синхронизацию с исследуемым сигналом (положение "внутр."), с сетевым напряжением, с внешним сигналом, подаваемым на вход Х; "Развертка", определяет 15 - переключатель диапазон частот вырабатываемого пилообразного напряжения, генератором развертки; 16 - регулятор, позволяющий изменять частоту плавно в пределах. установленного диапазона, с его помощью добиваются совпадения частоты пилообразного напряжения U<sub>X</sub>(t) (см. рис. 1.2.) с частотой исследуемого сигнала; 17 - переключатель "Метки", позволяющий разделить С помошью светяшихся меток протяженность графика горизонтальную на отрезки, соответствующие заданному промежутку времени.

#### 8.2 Описание установки и метода измерений

На рис. 8.4 изображена электрическая схема установки. Исследуемым веществом является сталь, из которой изготовлен сердечник тороида Т. Первичная обмотка тороида имеет  $N_1$  витков. По ней течет ток I, который



Рисунок 8.4

создается во вторичной обмотке трансформатора Тр и регулируется потенциометром  $R_1$ . Первичная обмотка трансформатора питается от сети переменного тока напряжением 220 В, которое меняется по гармоническому закону с частотой 50 Гц. По такому же гармоническому закону изменяется сила тока  $I_1(t)$  в первичной обмотке тороида. Этот ток создает в сердечнике тороида магнитное

поле, напряженность которого

$$H(t) = \frac{N_1}{L} I_1(t) = n_1 I_1(t), \qquad (8.1)$$

где L - длина осевой линии тороида; n<sub>1</sub> - число витков первичной обмотки, приходящееся на единицу длины тороида.

С резистора  $R_2$  снимается напряжение  $U_X(t) = R_2 \cdot I(t) = (R_2/n_1) \cdot H(t)$ , которое подается на вход «Х» осциллографа. Горизонтальное отклонение светящейся точки на экране осциллографа (обозначим его X) будет пропорционально поданному напряжению:

$$X(t) = \frac{1}{a_X} U_X(t) = \frac{R_2}{a_X n_1} H(t).$$
(8.2)

Здесь  $a_X$  – постоянная величина, равная напряжению, вызывающему отклонение светящейся точки на экране вдоль оси ОХ на 1 мм.

В результате намагничивания стали, из которой сделан сердечник тороида, он начинает создавать магнитное поле, индукция его  $B(t)=\mu\mu_0H(t)$ . Это вызывает появление зависящего от времени магнитного потока через витки вторичной (измерительной) обмотки, число которых  $N_2$ . Величина потока

$$\Phi_2(t) = N_2 SB(t), \tag{8.3}$$

где S – площадь поперечного сечения сердечника тороида. По закону Фарадея во вторичной обмотке возникает ЭДС индукции

$$\varepsilon_2(t) = -\frac{d\Phi_2}{dt} = N_2 S \frac{dB}{dt}.$$
(8.4)

Эта ЭДС вызывает ток  $I_2(t)=\varepsilon_2(t)/R_3$  в цепи, состоящей из вторичной обмотки  $N_2$ , конденсатора С и резистора  $R_3$ . Сила тока связана с зарядом на обкладках конденсатора q соотношением  $I_2(t)=dq/dt$ , откуда

 $q(t) = \int I_2 dt = \int \frac{\varepsilon_2}{R_3} dt = \frac{N_2 S}{R_3} \int \frac{dB}{dt} dt = \frac{N_2 S}{R_3} B(t)$ . С конденсатора снимается напряжение U<sub>Y</sub>, которое подается на вход «Y» осциллографа. Величина этого напряжения

$$U_{Y}(t) = \frac{q(t)}{C} = \frac{N_{2}S}{CR_{3}}B(t), \qquad (8.5)$$

где С – емкость конденсатора. Оно вызывает отклонение светящейся точки на экране осциллографа в вертикальном направлении, величина которого

$$Y(t) = \frac{1}{a_Y} U_Y(t) = \frac{N_2 S}{a_Y C R_3} B(t).$$
 (8.6)

Здесь *а*<sub>*Y*</sub> – постоянная величина, равная напряжению, вызывающему отклонение светящейся точки на экране вдоль оси ОУ на 1 мм.

Одновременное смещение светящейся точки вдоль оси ОХ, пропорциональное значению напряженности магнитного поля H, и вдоль оси ОY, пропорциональное магнитной индукции B, приведет к появлению на экране осциллографа графика зависимости B=f(H), т.е. петли гистерезиса (см. рис. 7.2). Для построения основной кривой намагничивания (рис. 7.1, б) необходимо получить на экране осциллографа семейство петель гистерезиса, вершины которых будут лежать на кривой намагничивания 0 - 1' - 1 (см. рис. 7.2). Семейство петель можно получить изменяя амплитудное значение силы тока  $I_1(t)=I_mcos(\omega t+\phi_0)$  с помощью переменного сопротивления  $R_1^{-}$  в цепи первичной обмотки тороида.

Для успешного выполнения работы внимательно ознакомьтесь с описанием электронного осциллографа (подраздел 8.1) и методикой определения амплитудного значения исследуемого осциллографом напряжения (подраздел 8.3). Амплитудные значения напряжений  $U_X$  и  $U_Y$  необходимо измерить для того, чтобы вычислить коэффициенты  $a_X$  и  $a_Y$ . Формулы для их вычисления приведены ниже (см. подраздел 8.4).

Таким образом, задавая максимальное отклонение светящейся точки в горизонтальном направлении X (координаты вершин семейства петель гистерезиса), можем определить соответствующие им значения напряженности внешнего магнитного поля H из формулы (8.2):

$$H=K_X X, \tag{8.7}$$

Где

$$K_X = \frac{a_X n_1}{R_2}.$$
 (8.8)

Измеряя полученные максимальные значения отклонения светящейся точки на экране осциллографа в вертикальном направлении Y (координаты вершин семейства петель гистерезиса) можем определить из формулы (8.6) значение магнитной индукции

$$B = K_{Y} \cdot Y, \tag{8.9}$$

Где

$$K_Y = \frac{a_Y R_3 C}{S \cdot N_2}.\tag{8.10}$$

Величины К<sub>X</sub> и К<sub>Y</sub> будут соответствовать масштабам при откладывании значений В и H на осях координат.

## 8.3 Порядок выполнения работы

1. На лицевой панели осциллографа установить следующие значения переключателей:

Делитель – 1 : 10 или по указанию преподавателя.

Род работы – «усилит.»

Род синхронизации – «внешн.».

Включить осциллограф и прогреть его 2 – 3 мин до появления на экране светящегося пятна. Регулятором «Фокус» сфокусировать пятно в точку, регулятором «Яркость» установить умеренную яркость точки.

2. С помощью кабелей соединить выходные клеммы установки с входами X и Y осциллографа. Включить установку и перевести ручку регулятора R<sub>1</sub> в крайнее левое положение.

3. Регуляторами «Смещение Х» и «Смещение Ү» перевести светящуюся точку в центр координатной сетки, нанесенной на экран осциллографа.

4. Ручку регулятора  $R_1$  установки перевести в крайнее правое положение. С помощью регуляторов осциллографа «Усиление» и «Синхронизация» добиться, чтобы на экране была правильная по форме петля гистерезиса, вершины которой должны находиться в первой и третьей четвертях экрана с координатами (20, 20) и (-20, -20) мм. Затем снова перевести регулятор  $R_1$  в нулевое положение и проследить стягивание петли в точку.

5. С помощью регулятора R<sub>1</sub> добиться, чтобы координата X вершины петли гистерезиса была равна 2 мм. Заметить соответствующее ей значение координаты Y и записать в табл. 8.1.

| Х, мм  | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 | 20 |
|--------|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|
| Н, А/м |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |
| Ү, мм  |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |
| В, Тл  |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |
| μ      |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |

Таблица 8.1

8. С помощью регулятора R<sub>1</sub> увеличивать координату X вершины петли гистерезиса на 2 мм до максимального значения 20 мм. Измерить и занести в табл. 8.1 координаты Y, соответствующие каждому значению X.

7. После завершения измерений оставить ручку регулятора R<sub>1</sub> в крайнем правом положении. Переключатель «Делитель» перевести в Регулятором положение «калибр.». «Калибровка амплитуды» установить длину длину вертикальной риски, появившейся на экране 40 мм. При этом нельзя трогать регулятор «Усиление». По шкале, «Калибровка регулятором расположенной над амплитуды», установить значение напряжения U<sub>Y</sub>, соответствующее отклонению светящейся точки на 20 мм, записать его в табл. 8.2. При невозможности установить длину вертикальной риски 40 мм следует установить ее 20 или 10 мм, а показания шкалы умножить соответственно на 2 или 4.

8. Переключатель «Делитель» перевести в положение 1:10. Перенести кабель со входа X на вход Y. С помощью регулятора «Усиление» установить длину вертикальной риски 40 мм. Затем повторить действия, описанные в п. 7, измерив напряжение U<sub>X</sub>, соответствующее отклонению светящейся точки на 20 мм. Записать его в табл. 8.2

Таблица 8.2

| U <sub>Y</sub> , B | <i>а</i> <sub>Y</sub> , В/мм | R <sub>3</sub> , Ом | $N_2$                            | S, m <sup>2</sup>          | С, Ф                      |
|--------------------|------------------------------|---------------------|----------------------------------|----------------------------|---------------------------|
|                    |                              |                     |                                  |                            |                           |
| U <sub>X</sub> , B | <i>а</i> <sub>X</sub> , В/мм | R <sub>2</sub> , Ом | n <sub>1</sub> , м <sup>-1</sup> | К <sub>Х</sub> ,<br>А/м/мм | К <sub>Ү</sub> ,<br>Тл/мм |
|                    |                              |                     |                                  |                            |                           |

9. Переписать в табл. 8.2 паспортные данные установки.

# 8.4 Обработка результатов измерений

1. По формулам  $a_X=U_X/20$ ,  $a_Y=U_Y/20$  вычислить и записать в табл. 8.2 значения коэффициентов  $a_X$  и  $a_Y$ .

2. По формуле (8.8) вычислить и записать в табл. 8.2 значение коэффициента К<sub>X</sub>.

3. По формуле (8.10) вычислить и записать в табл. 8.2 значение коэффициента К<sub>Y</sub>.

4. По формуле (8.7) вычислить для всех значений X и записать в табл. 8.1 напряженности магнитного поля H.

5. По формуле (8.9) вычислить для всех значений Y и записать в табл. 8.1 величины магнитной индукции B.

6. По формуле  $\mu = B/(\mu_0 H)$ , где  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Тл·м/А – магнитная постоянная, вычислить для всех значений Н магнитную проницаемость и записать в табл. 8.1.

7. По данным табл. 8.1 построить кривую намагничивания стали – график зависимости магнитной индукции В от напряженности магнитного поля Н.

8. По данным табл. 8.1 построить график зависимости магнитной проницаемости стали μ от напряженности магнитного поля H.

# 8.5 Контрольные вопросы

1. Дайте определение ферромагнетиков. Чем они отличаются от парамагнетиков?

2. Каким образом зависит намагниченность и магнитная индукция ферромагнетика от напряженности магнитного поля? В чем различие между этими графиками?

3. Укажите характерные свойства зависимости магнитной проницаемости от напряженности магнитного поля для ферромагнетиков.

4. Нарисуйте вид петли гистерезиса. Какой смысл имеет петля гистерезиса?

5. Что такое остаточная намагниченность ферромагнетика? Укажите характерную точку ее на петле гистерезиса.

8. Что такое коэрцитивная сила вещества магнетика? Укажите характерную точку ее на петле гистерезиса.

7. В чем заключается смысл доменной структуры ферромагнетика?

8. Чем объясняется намагничивание в пределах одного домена?

9. Как объяснить намагничивание ферромагнитного вещества на основе доменной структуры?

10. Чем определяется величина U<sub>X</sub>, которая подается на вход X осциллографа?

11. Чем определяется величина U<sub>Y</sub>, которая подается на вход Y осциллографа?

12. Какой физический смысл имеют постоянные  $a_X$  и  $a_Y$  в данной работе?

# 9 ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 51 ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСКОРЕНИЯ СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ ОБОРОТНОГО МАЯТНИКА

Цель работы: изучить закономерности свободных гармонических колебаний, определить ускорение свободного падения.

### 9.1 Краткие теоретические сведения

Колебаниями называют процессы, обладающие той или иной степенью повторяемости во времени. В зависимости от физической различают колебания: ЭТИХ процессов природы механические, электромеханические электромагнитные, Объединяют И др. ЭТИ разнообразные процессы общность закономерностей протекания И общность математического описания.

По способу передачи энергии телу, которое совершает колебания, различают колебания: свободные, вынужденные и автоколебания. Колебания называют свободными, если они совершаются под действием внутренних сил, возникающих при выведении системы из положения равновесия. Отметим, свободные колебания ЧТО возникают В устойчивого окрестности положения равновесия, которому соответствует минимум потенциальной энергии системы.

Колебания. В которых колебательной состояние системы повторяется промежутки через равные времени, называются периодическими. Время одного полного колебания называется периодом и обозначается буквой T, а величина, обратная периоду, которая определяет число полных колебаний в единицу времени, - линейной частотой колебания: v = 1/T. Линейная частота измеряется в герцах (Гц).

Простейшим типом колебаний являются гармонические колебания. Произвольный периодический процесс может быть представлен как суперпозиция (наложение) гармонических колебаний. Гармоническими называют колебания, в которых характеристики процесса изменяются по гармоническому закону (синуса или косинуса):

$$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{A} \cos(\boldsymbol{\omega} \boldsymbol{t} + \boldsymbol{\alpha}), \qquad (9.1)$$

где x - значение переменной величины в момент времени t; A - ее максимальное значение (амплитуда колебаний); ( $\omega t + \alpha$ ) - фаза

81

колебаний; *α* - начальная фаза; *ω* - циклическая частота.

Линейная частота и период связаны с циклической частотой соотношением

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi v$$

Рассмотрим кинематику и динамику материальной точки, совершающей гармонические колебания. С помощью уравнения движения (9.1) можно определить скорость и ускорение колеблющейся точки:

$$V_{x} = \frac{dx}{dt} = -A \omega \sin(\omega t + \alpha) = -V_{max} \sin(\omega t + \alpha), \qquad (9.2)$$

$$a_{x} = \frac{dV_{x}}{dt} = -A\omega^{2}\cos(\omega t + \alpha) = -a_{max}\cos(\omega t + \alpha), \qquad (9.3)$$

где  $V_{max} = A \omega$  - амплитуда скорости;  $a_{max} = A \omega^2$  - амплитуда ускорения.

Сравнение выражений (9.3) и (9.1) приводит к выводу, что

$$a_{x} = \frac{d^{2}x}{dt^{2}} = -\omega^{2}x$$
 (9.4)

По второму закону Ньютона с учетом соотношения (9.4) получаем, что материальная точка совершает гармонические колебания вдоль оси Ох, если проекция на нее равнодействующей подчиняется закону

$$F_{x} = ma_{x} = -m\omega^{2}x = -kx, \qquad (9.5)$$

то есть закону упругих сил. Если проекция силы подчиняется закону (9.5), но по своей природе сила не упругая, то ее называют квазиупругой. Таким образом, гармонические колебания возникают под действием упругих или квазиупругих сил. Величину  $k = m\omega^2$  называют коэффициентом упругости (жесткости).

Уравнение (9.5) есть дифференциальное уравнение второго порядка, решениями которого являются гармонические функции (9.1), и поэтому его называют дифференциальным уравнением гармонических колебаний. В обычной форме оно записывается так:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \boldsymbol{\omega}^2 x = \boldsymbol{0} \qquad \text{или} \quad \ddot{x} + \boldsymbol{\omega}^2 x = \boldsymbol{0} . \tag{9.6}$$

Материальная точка массой *m*, совершающая гармонические колебания, имеет кинетическую и потенциальную энергии:



$$W_{c} = \frac{mV^{2}}{2} = \frac{m\omega^{2}A^{2}}{2}sin^{2}(\omega t + \alpha),$$
$$W_{p} = \frac{kx^{2}}{2} = \frac{m\omega^{2}A^{2}}{2}cos^{2}(\omega t + \alpha).$$

Полная энергия точки, совершающей свободные гармонические колебания, остается величиной постоянной, не зависящей от времени:

Рисунок 9.1

$$W = W_c + W_p = \frac{m\omega^2 A^2}{2} = \frac{kA^2}{2}$$

Рассмотрим свободные колебания маятника. Физическим маятником называют твердое тело, способное совершать колебания вокруг неподвижной оси, не проходящей через центр масс тела. В положении равновесия центр инерции маятника – точка C (рис. 9.1) - находится на одной вертикали с точкой подвеса – точка O. Это равновесное положение маятника. При отклонении от положения

равновесия на угол  $\varphi$  возникает вращательный момент, стремящийся вернуть маятник в положение равновесия. Этот момент создается силой тяжести *mg* и равен:

#### $M = -mgl \sin \varphi$ ,

где *m* – масса маятника; *l* – расстояние между точкой подвеса и центром масс маятника. Обозначив момент инерции маятника относительно оси, проходящей через точку подвеса, буквой *J*, запишем уравнение движения маятника:

Рисунок 9.2

mg

$$\boldsymbol{J}\boldsymbol{\varphi} = -\boldsymbol{m}\boldsymbol{g}\boldsymbol{l}\,\boldsymbol{s}\boldsymbol{i}\boldsymbol{n}\,\boldsymbol{\varphi}\,,\qquad(9.7)$$

где  $\ddot{\varphi} = \varepsilon$  - угловое ускорение маятника. При малых углах отклонения  $\varphi$  маятника от положения равновесия, когда *sin*  $\varphi \approx \varphi$ , уравнение (9.7) принимает вид:

$$\dot{\varphi} + \frac{mgl}{J} \varphi = \theta \quad \text{или} \quad \dot{\varphi} + \omega^2 \varphi = \theta \quad , \qquad (9.8)$$

где через  $\omega^2$  обозначена следующая величина:

$$\boldsymbol{\omega}^{2} = \frac{mgl}{J}. \tag{9.9}$$

Уравнение (9.8) совпадает с уравнением гармонических колебаний (9.6) и его решением есть функция

$$\boldsymbol{\varphi} = \boldsymbol{\varphi}_{max} \cos(\omega t + \boldsymbol{\alpha}), \qquad (9.10)$$

где  $\varphi_{max}$  - амплитуда угла отклонения маятника, а  $\alpha$  - начальная фаза колебаний. Таким образом, при малых углах отклонения физический маятник совершает гармонические колебания (9.10) с частотой, определяемой формулой (9.9), и периодом

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgl}} . \tag{9.11}$$

В случае математического маятника, который представляет собой материальную точку, подвешенную на невесомой нерастяжимой нити (рис. 9.2), момент инерции  $J = ml^2$ , и формула для периода колебаний принимает вид

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{1}{g}}, \qquad (9.12)$$

где l -длина маятника, а g - ускорение свободного падения. Формулы (9.11) и (9.12) можно использовать для определения ускорения свободного падения g.

### Элементы теории тяготения

Согласно закону всемирного тяготения любые две материальные точки притягиваются друг к другу с силой, прямо пропорциональной произведению их масс и обратно пропорциональной квадрату расстояния между ними:

$$\vec{F} = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}, \qquad (9.13)$$

где  $m_1$ ,  $m_2$  - массы материальных точек;  $\vec{r}$  - радиус-вектор точки, например 2, по отношению к точке 1 (рис. 9.3); r - модуль этого вектора, а  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \ m^3 / (\kappa c^2)$  - гравитационная постоянная.



Формула (9.13) справедлива для материальных точек, то есть тел, размерами которых можно пренебречь по сравнению с

расстоянием между ними, а также для однородных тел сферической формы.

В последнем случае под *r* следует понимать расстояние между центрами тел.

Силу, с которой тело притягивается к Земле согласно закону всемирного тяготения, называют силой тяжести. Если Землю рассматривать как однородный шар радиусом R, то силу тяжести можно записать в виде

$$F = G \frac{mM}{\left(R+h\right)^2}, \qquad (9.14)$$

где m - масса тела; M - масса Земли; а h – высота тела над поверхностью Земли. Если на тело действует только сила тяжести, то тело совершает свободное падение. Согласно второму закону Ньютона ускорение свободного падения будет равно:

$$g = \frac{F}{m} = G \frac{M}{\left(R+h\right)^2}.$$
 (9.15)

Так как в большинстве практически важных случаев выполняется условие  $h \ll R$  ( $R = 6, 4 \cdot 10^{-6} m$ ), в формуле (9.15) можно пренебречь h, и формула для g примет вид

$$g = \frac{F}{m} = G \frac{M}{R^2}. \qquad (9.16)$$

Из формулы (9.16) следует, что ускорение свободного падения не зависит от массы падающего тела, то есть для всех тел одинаково.

При выводе формулы (9.16) предполагалось, что Земля – однородный по составу шар радиусом *R*. Из-за сплюснутости земного шара у полюсов и суточного вращения Земли ускорение свободного падения меняется с широтой местности в пределах от 9,780  $m/c^2$  на экваторе до 9,931  $m/c^2$  на полюсах. Учитывая все вышесказанное, можно утверждать, что ускорение свободного падения для данной местности есть величина постоянная. Экспериментальное определение его значения есть одной из целей данной работы.

#### 9.2 Описание метода измерений

Метод измерения ускорения свободного падения основан на использовании зависимости периода T собственных колебаний физического маятника от ускорения свободного падения g.

Непосредственное использование соотношения (9.11) требует знания величины момента инерции физического маятника относительно оси колебаний, что достаточно сложно. Для того, чтобы обойти эту сложность, в качестве физического маятника в данной работе использован оборотный маятник (рис. 9.4), который имеет две оси колебаний, параллельные между собой. Определив два значения периода колебаний маятника относительно этих осей и выполнив соответствующие математические преобразования, получим расчетную формулу, в которой все величины подлежат прямым измерениям.



Оборотный маятник (рис. 9.4) состоит из металлического стержня, соединенных с ним двух опорных призм  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$  и двух дисков  $D_1$  и  $D_2$ . Призмы находятся на расстояниях  $l_1$  и  $l_2$  от центра тяжести (центра масс) *С* маятника.

Периоды собственных колебаний маятника при малых амплитудах колебаний относительно призм  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$  в соответствии с формулой (9.11) имеют вид:

$$T_{1} = 2\pi \sqrt{\frac{J_{1}}{mgl_{1}}} H T_{2} = 2\pi \sqrt{\frac{J_{2}}{mgl_{2}}}, (9.17)$$

Рисунок 8.4 где  $J_1$  и  $J_2$  - моменты инерции маятника относительно призм  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$  соответственно. По теореме Штейнера эти моменты равны:

$$\boldsymbol{J}_{1} = \boldsymbol{J}_{0} + \boldsymbol{m} \, \boldsymbol{l}_{1}^{2} \, \, \mathrm{M} \, \, \boldsymbol{J}_{2} = \boldsymbol{J}_{0} + \boldsymbol{m} \, \boldsymbol{l}_{2}^{2} \,, \qquad (9.18)$$

где  $J_0$  - момент инерции маятника относительно оси, проходящей через центр тяжести маятника и параллельной осям колебаний, которые определяются призмами; *m* - масса маятника. Подстановка выражений (9.18) в формулы периодов колебаний (9.17) дает результат:

$$T_{1} = 2\pi \sqrt{\frac{J_{0} + ml_{1}^{2}}{mgl_{1}}} \quad H \quad T_{2} = 2\pi \sqrt{\frac{J_{0} + ml_{2}^{2}}{mgl_{2}}}. \quad (9.19)$$

Решение системы уравнений (9.19) относительно ускорения свободного падения *g* дает расчетную формулу

$$g = \frac{4\pi^2 (l_1^2 - l_2^2)}{T_1^2 l_1 - T_2^2 l_2} , \qquad (9.20)$$

в которую входят величины, легко поддающиеся прямым измерениям.

# 9.3 Порядок выполнения работы

1 Снять маятник и, уравновесив его на трехгранной призме, определить положение его центра тяжести. С помощью измерительной линейки определить расстояния  $l_1$  и  $l_2$  от центра тяжести до точек подвеса (опорных призм). Результаты измерений занести в табл. 9.1.

Таблица 9.1

| № опыта | l <sub>1</sub> , м | l <sub>2</sub> , м | t <sub>1</sub> , c | $\Delta t_1, c$ | t <sub>2</sub> , c | $\Delta t_2, c$ |
|---------|--------------------|--------------------|--------------------|-----------------|--------------------|-----------------|
| 1       |                    |                    |                    |                 |                    |                 |
| 2       |                    |                    |                    |                 |                    |                 |
| 3       |                    |                    |                    |                 |                    |                 |
| Среднее |                    |                    |                    |                 |                    |                 |

2 Подготовить к работе электронный секундомер.

З Подвесить маятник на опорной призме **П**<sub>1</sub>. Зафиксировать предохранитель и отклонить маятник на 4...6 *см* от положения равновесия.

4 Освободить маятник, включая одновременно секундомер, и определить время  $t_1$  10 полных колебаний. Результат занести в табл. 9.1. Опыт повторить три раза.

5 Снять предохранитель и, перевернув маятник, подвесить его на опорной призме  $\Pi_2$ . Повторить действия п. 3. Результаты измерений времени  $t_2$  занести в соответствующие графы табл. 9.1.

# 9.4 Обработка результатов измерений

1 Определить средние значения величин  $l_1$ ,  $l_2$ ,  $t_1$ ,  $t_2$  и занести их в табл. 9.1.

2 Определить абсолютные погрешности величин как погрешности прямых измерений и их средние значения. Если расстояния  $l_1$  и  $l_2$  измеряются один раз, погрешности их измерений равны погрешности измерительного прибора. Результаты занести в табл.9.1.

3 Определить периоды колебаний маятника:  $T_{I} = \frac{t_{I}}{10}$  и  $T_{I} = \frac{t_{I}}{10}$ .

4 Определить ускорения свободного падения по формуле (9.20).

5 Вычислить погрешности определения периода колебаний:

$$\Delta T_{1} = \frac{(\Delta t_{1})_{\tilde{n}\delta}}{(t_{1})_{\tilde{n}\delta}} T_{1} \mathrm{M} \qquad \Delta T_{2} = \frac{(\Delta t_{2})_{\tilde{n}\delta}}{(t_{2})_{\tilde{n}\delta}} T_{2}.$$

6 Вычислить относительную погрешность для ускорения свободного падения:

$$\varepsilon = 2 \frac{\Delta \pi}{\pi} + 2 \frac{l_1 \Delta l_1 + l_2 \Delta l_2}{|l_1^2 - l_2^2|} + \frac{T_1^2 \Delta l_1 + T_2^2 \Delta l_2 + 2(T_1 \Delta T_1 l_1 + T_2 \Delta T_2 l_2)}{|T_1^2 l_1 - T_2^2 l_2|}$$

Если значение  $\pi$  взято из вычислительной машины или калькулятора, то  $\Delta \pi = 0$ .

7 Вычислить абсолютную погрешность определения ускорения свободного падения:

## $\Delta g = \mathcal{E}g.$

8 Записать результат в стандартной форме, воспользовавшись правилами работы с приближенными числами.

# 9.5 Контрольные вопросы

1 Как читается закон всемирного тяготения?

2 Какие процессы называются колебательными и какие колебания называют гармоническими? Какие колебания называются свободными, а какие вынужденными?

3 Какими величинами можно характеризовать систему, которая совершает гармонические колебания? Что такое амплитуда, период, фаза (начальная фаза) колебаний?

4 По каким законам изменяются смещения, скорость и ускорение точки, совершающей гармонические колебания?

5 Какой вид имеют формулы для определения кинетической, потенциальной и полной энергии материальной точки?

6 Какой вид имеет дифференциальное уравнение гармонических колебаний?

7 Выведите дифференциальное уравнение малых колебаний физического и математического маятников. От чего зависят период и частота колебаний этих маятников?

8 В чем суть метода определения ускорения свободного падения *g* с помощью оборотного маятника? Вывести расчетную формулу.

9 Сформулируйте теорему Штейнера. Где и как она использована в данной работе?

# 10 ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 53. ИЗУЧЕНИЕ РЕЗОНАНСА НАПРЯЖЕНИЙ В КОЛЕБАТЕЛЬНЕОМ КОНТУРЕ

свободных работы Цель — познакомиться с теорией И колебаний последовательном колебательном вынужденных В контуре, построить резонансные кривые, определить резонансную добротность, индуктивность, частоту, омическое И волновое сопротивления контура.

### 10.1 Краткие теоретические сведения.

Простейший или идеальный колебательный контур состоит из конденсатора электроемкостью С и соединенной с ним последовательно катушки индуктивностью L (рис. 10.1).



Рисунок 10.1

R Сопротивление идеального контура считается равным нулю. При включении В контур заряженного конденсатора ОН начинает разряжаться через При катушку. ЭТОМ явление самоиндукции В катушке не позволяет току мгновенно достигнуть максимального

значения. Увеличиваясь постепенно, ток достигает максимального значения в момент полной разрядки конденсатора. В дальнейшем ЭДС самоиндукции поддерживает существования тока до полной перезарядки конденсатора, после чего снова начинается процесс разрядки. Величина заряда на обкладках конденсатора и сила тока в гармонических изменяются ПО законам колебаний катушке  $q = q_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0); I = I_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0) = I_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0 + \pi/2),$ где q<sub>0</sub> – амплитуда заряда конденсатора,  $I_o = \omega_o q_o - амплитуда силы тока, \varphi_o$ начальная фаза колебаний заряда конденсатора. Циклическая частота период свободных колебаний В колебательном И контуре удовлетворяют формуле Томсона

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}; T = 2\pi\sqrt{LC}. \tag{10.1}$$

Разность потенциалов обкладок конденсатора U также изменяется по гармоническому закону  $U = q / C = U_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$ , где U<sub>0</sub>=q<sub>0</sub>/C –

амплитуда разности потенциалов. Амплитуда тока

$$I_{0} = U_{0} \sqrt{\frac{C}{L}}.$$
 (10.2)

Величина  $\sqrt{L/C}$  называется волновым сопротивлением колебательного контура.

При гармонических колебаниях в идеальном колебательном контуре происходит превращение энергии электрического поля конденсатора в энергию магнитного поля катушки и обратное превращение, но суммарная энергия не изменяется. В реальном имеющем сопротивление R, энергия расходуется на контуре, выделение тепла в проводниках, свободные колебания в нем будут Затухающие затухающими. колебания заряда на пластинах конденсатора описываются формулой  $q = q_0 e^{-\beta \cdot t} \cos(\omega t + \varphi_0)$ , где е – основание натуральных логарифмов,  $q_0$  и  $\varphi_0$  – постоянные величины, которые зависят от начальных условий,  $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ ,  $\omega_0$  называется собственной частотой контура и определяется формулой (10.1),  $\beta$  – коэффициент затухания, для колебательного контура

$$\beta = \frac{R}{2L}.$$
(10.3)

Затухающие колебания не являются периодическими. Но при выполнении условия  $\beta^2 \langle \langle \omega_0^2 \rangle$  для них может быть введен условный период

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}.$$
 (10.4)

Характеристиками реального колебательного контура являются также время релаксации  $\tau$ , логарифмический декремент затухания  $\delta$  и добротность контура Q.  $\tau$  – промежуток времени, за который амплитуда колебаний уменьшается в е раз.

$$\tau = \frac{1}{\beta}.\tag{10.5}$$

*δ* – натуральный логарифм отношения значений амплитуды затухающих колебаний в моменты времени t и t+T.

$$\delta = \beta T = \frac{T}{\tau} = \frac{1}{N}, \qquad (10.6)$$

где N – число колебаний, в течении которых амплитуда уменьшается в е раз. Q есть произведение  $2\pi$  и отношения энергии колебаний в момент времени t к изменению энергии за условный период колебаний T, отсчитанный от момента t.

$$Q = \frac{2\pi}{1 - e^{-2\beta T}} = \frac{2\pi}{1 - e^{-2\delta}}.$$
 (10.7)

При малых значениях  $\delta$  добротность колебательного контура

$$Q = \frac{\pi}{\delta} = \pi N = \frac{\omega_0}{2\beta} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}.$$
 (10.8)

Вынужденными называются колебания, которые совершаются при действии на колебательную систему внешней, периодически изменяющейся силы. Для осуществления вынужденных колебаний в электрическом колебательном контуре в него нужно включить источник электрической энергии, э.д.с. которого периодически изменяется с течением времени (рис. 10.2). Если вынуждающая э.д.с.



изменяется по гармоническому закону  $\mathcal{E}(t) = \mathcal{E}_0 \cos \omega t$ , то при установившихся вынужденных колебаниях заряд конденсатора колеблется с той же циклической частотой  $\omega$ :

 $q = q_0 \cos(\omega t + \varphi_0).$ 

При этом амплитуда колебаний  $q_0$  и начальная фаза  $\varphi_0$  зависят от частоты колебаний вынуждающей

э.д.с. в соответствии с формулами

$$q_0 = \frac{\varepsilon_0}{\omega \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} = \frac{\varepsilon_0}{L\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2) + 4\beta^2 \omega^2}};$$
(10.9)

$$tg\varphi_0 = \frac{R}{\omega L - \frac{1}{\omega C}} = \frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}.$$
(10.10)

Сила тока при установившихся вынужденных колебаниях в контуре  $I = q_0 \omega \sin(\omega_0 t + \varphi_0) = I_0 \cos(\omega_0 t - \varphi),$  (10.11) где начальная фаза  $-\varphi = (\varphi_0 + \pi/2)$ . Для амплитудного значения силы тока I<sub>0</sub> и начальной фазы можно записать соотношения

91





Ha рисунке 10.3 типичный приведен график зависимости амплитуды колебаний силы тока от частоты. Для него характерно наличие максимума при значении  $\omega = \omega_0$ . Явление достижения амплитудой при некоторой частоте максимума называется

резонансом, соответствующее значение частоты называется резонансным, а график на рис 10.3 называется резонансной кривой. Следует отметить, что резонансная частота для колебаний силы тока равна собственной частоте контура. На рис. 10.3 показано, как определяется ширина резонансного максимума  $\Delta \omega = \omega_2 - \omega_1$ .

В колебательном контуре происходят не только колебания силы тока по гармоническому закону (10.11), но также колебания разности потенциала на всех элементах контура – емкости, индуктивности и активном сопротивлении

$$u_{c} = U_{c} \cos(\omega t - \varphi - \frac{\pi}{2}),$$
  

$$u_{R} = U_{R} \cos(\omega t - \varphi),$$
  

$$u_{L} = U_{L} \cos(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}).$$

Колебания  $u_{\rm R}$  происходят в одной фазе с колебаниями силы тока в цепи,  $u_{\rm L}$  опережает ток по фазе на  $\pi/2$ , а  $u_{\rm C}$  отстает по фазе на  $\pi/2$ . Сумма этих величин должна равняться вынуждающей э.д.с.

$$u_C + u_R + u_L = \mathcal{E}_0 \cos \omega t.$$

При этом суммирование величин, совершающих гармонические колебания с различными начальными фазами, производится по законам векторного сложения. В соответствующей векторной

#### 92

диаграмме вектора  $u_{\rm C}$  и  $u_{\rm L}$  имеют противоположное направление, а вектор  $u_{\rm R}$  направлен по отношению к ним под углом 90°. Амплитудные значения колебаний разности потенциала

$$U_{C} = x_{C}I_{0}, U_{L} = x_{L}I_{0}, U_{R} = RI_{o},$$

где  $x_{\rm C} = 1/\omega {\rm C}$  – емкостное сопротивление цепи,  $x_{\rm L} = \omega {\rm L}$  – индуктивное сопротивление цепи. Величина

$$x = x_L - x_C = \omega L - \frac{1}{\omega C}$$

называется реактивным сопротивлением цепи, R называется активным сопротивлением цепи, а

$$z = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}$$

— ее полным сопротивлением. Формулы (10.12) для амплитуды синусоидального тока в цепи и его начальной фазы с использованием введенных обозначений можно переписать в виде

$$I_0 = \frac{\mathcal{E}_0}{z}; tg\varphi = \frac{x}{R}.$$

Очевидно, что при совпадении частоты колебаний вынуждающей э.д.с.  $\omega$  с собственной частотой контура  $\omega_0$ , определяемой формулой (10.1) активное сопротивление контура становится равным нулю, а полное сопротивление приобретает минимальное свое значение, равное активному сопротивлению. Таким образом, максимальное значение силы тока при резонансе в контуре

$$I_{MAX} = \frac{\mathcal{E}_0}{R}.$$
 (10.13)

Это соотношение выполняется не только для амплитудных, но также для действующих значений силы тока и вынуждающей э.д.с. Значения же разностей потенциала на индуктивности и емкости становятся равными

$$U_{C} = U_{L} = \sqrt{\frac{L}{C}} \frac{\varepsilon_{0}}{R}.$$

Этот факт можно использовать для определения величины  $\omega_{o}$  с максимальной точностью. Она будет соответствовать пересечению резонансных кривых для величин  $u_{C}$  и  $u_{L}$ .

### 93

# 10.2 Описание установки и метода измерений

Исследуется закрытый колебательный контур (рис. 3.6),

## Рисунок 10.4

состоящий из конденсатора емкостью C, дросселя с индуктивностью L и омическим сопротивлением R и амперметра mA, который является активным элементом контура со своими индуктивностью  $L_A$  и омическим сопротивлением  $R_A$ . Источником вынуждающей ЭДС является звуковой генератор ЗГ. Измерения напряжений на индуктивности и емкости производятся с помощью лампового вольтметра ЛВ с переключателем П.

C помощью ЗВУКОВОГО генератора В контур подается э.д.с. с фиксированным значением вынуждающая ν частоты колебаний. Эта частота изменяется и через определенный интервал замеры силы тока I, напряжений производятся частот на конденсаторе  $U_{C}$  и на катушке  $U_{RL}$ . Амплитудное значение ЭДС звукового генератора определяется или по приборам генератора, или лампового вольтметра, подключаемого с помощью К выходу генератора.

По данным измерений строятся резонансные кривые  $I = I(\nu)$ ,  $U_C = U_C(\nu)$ ,  $U_L = U_L(\nu)$ . Строго говоря, все приборы измеряют эффективные значения соответствующих величин и для

определения амплитудных значений их необходимо было бы умножать на  $\sqrt{2}$ , однако такая операция приведет только к пропорциональному изменению масштабов, не изменяя существа картины.

Амплитудное значение разности потенциалов на емкости U<sub>C</sub>

#### 94

определять результат можно непосредственно как измерения конденсаторе. Но для дросселя напряжения на ΜЫ получаем напряжение индуктивном суммарное на И на активном сопротивлениях U<sub>RL</sub>, из него следует выделить амплитудное значение разности потенциалов на индуктивности с помощью вычислений. Вычисления проводятся на основе метода векторных диаграмм (см. приложение ПЗ). Поскольку сдвиг фазы колебаний *u*<sub>R</sub> и *u*<sub>L</sub> составляет 90° и это соответствует углу между векторами, соотношение между амплитудами колебаний удовлетворяет теореме Пифагора

$$U_{RL}^2 = U_R^2 + U_L^2.$$

Отсюда амплитуда разности потенциалов на индуктивности определяется по формуле

$$U_{L} = \sqrt{U_{RL}^{2} - U_{R}^{2}}.$$
 (10.14)

Значения U<sub>R</sub> для подстановки в формулу (10.14) при всех значениях частоты можно найти как произведение силы тока и активного сопротивления

$$U_R = RI. \tag{10.15}$$

Значение активного сопротивления R в свою очередь находится из соотношения (10.13)

$$R = \frac{\mathcal{E}_0}{I_{MAX}}.$$
 (10.16)

По графикам находится резонансная частота  $v_0$  и рассчитывается  $\omega_0$ . Емкость конденсатора известна. Используя формулы (10.1), (10.2), (10.8), измеренные и вычисленные ранее величины, можно определить индуктивность, добротность и волновое сопротивления контура.

#### 95

### 10.3 Порядок выполнения работы

1. Собрать электрическую цепь по схеме рис. 10.6.

2. Включить звуковой генератор и ламповый вольтметр в сеть.

10. Установить на выходе звукового генератора напряжение, указанное преподавателем, и занести его значение в табл. 10.1.

Таблица 10.1

| $E_0$ , B | С, Ф | L <sub>A</sub> , Гн | <b>R</b> <sub>A</sub> ,Ом | $I_{MAX}, A$ | $UI_0$ , B | $Uc_0$ , B | v, Гц |
|-----------|------|---------------------|---------------------------|--------------|------------|------------|-------|
|           |      |                     |                           |              |            |            |       |

4. Установить емкость конденсатора С. Прочитать на шкале амперметра значения его индуктивности La и омического сопротивления Ra. Результаты занести в табл. 10.1.

10. Плавно изменяя частоту генератора, следить за показаниями амперметра и определить ориентировочное значение резонансной частоты. Одновременно определиться В диапазоне частот, принимаемых для измерений: минимальное и максимальное значения частот должны приблизительно соответствовать минимальным показаниям регулярной части шкалы амперметра ИЛИ миллиамперметра. Разделить установленный интервал частот на 10...12 частей с интервалами 200, 500 или 1000 Гц с условием, чтобы резонансная частота хотя бы ориентировочно вошла в перечень частот, назначенных для измерений. Занести назначенные для измерений частоты в табл. 10.2.

Таблица 10.2

| <i>ν</i> ,кГц |  |  |  |  |  |  |
|---------------|--|--|--|--|--|--|
| I, mA         |  |  |  |  |  |  |

| U <sub>C</sub> , B  |  |  |  |  |  |  |
|---------------------|--|--|--|--|--|--|
| U <sub>RL</sub> , B |  |  |  |  |  |  |
| U <sub>R</sub> , B  |  |  |  |  |  |  |
| UL, B               |  |  |  |  |  |  |

96

6. Устанавливая назначенные для измерений частоты произвести измерения силы тока I, напряжения на индуктивности  $U_C$ , совместного напряжения на индуктивность и на омическом сопротивлении  $U_{RL}$ . Результаты занести в табл. 10.2.

7. По данным табл.10.2 построить резонансные кривые I = I(v) и  $U_C = U_C(v)$  на одном рисунке, совмещая оси I и U (с различными масштабами).

8. По графику тока определить резонансную частоту  $v_0$  и резонансное значение тока  $I_{MAX}$ . Результаты занести в табл. 10.1.

9. Определить активное сопротивление контура R по формуле (10.16). Значения  $\varepsilon_{o}$  и  $I_{MAX}$  взять из табл. 10.1.

10. Рассчитать значения напряжения на активном сопротивлении контура для всех значений частот в табл. 10.2 по формуле  $U_R = IR$ , где I - значение тока в контуре, соответствующее данной частоте, из этой же таблицы. Результаты занести в табл. 10.2.

11. Рассчитать значения напряжения на индуктивности контура U<sub>L</sub> по формуле (10.14). Результаты занести в последнюю строку табл. 10.2.

12. Построить график зависимости  $U_L = U_L(v)$  на том же рисунке, что и графики для силы тока I и для напряжения на емкости  $U_C$ .

110. Уточните значение резонансной частоты  $\mathcal{V}_{o}$ , используя тот факт, что при резонансной частоте  $U_{L} = U_{C}$ . Для этого найдите частоту, которой соответствует пересечение линий графиков зависимости для  $U_{L}$  и для  $U_{C}$ .

14. Определить индуктивность контура по формуле

$$L=\frac{1}{4\pi^2\nu_0^2C}\,,$$

которая следует из соотношения (10.1). Здесь учтено, что  $\omega_0 = 2\pi v_0$ .

110. Определить добротность контура Q по формуле (10.8). По графику зависимости от частоты силы тока I найти значения частот  $\nu_1$  и  $\nu_2$ , соответствующие пересечению с графиком горизонтальной прямой, проведенной на уровне  $I_{MAX}/\sqrt{2}$ . Убедиться, что значение Q близко к

$$Q = \frac{V_0}{V_2 - V_{1}}.$$
97

16. Определить активное сопротивление и индуктивность дросселя по формулам:

$$R_L = R - R_A; \ L_L = L - L_A.$$

Сопротивление и индуктивность амперметра взять из табл. 10.1.

17. Сделать выводы по работе, в которых необходимо констатировать факт достижения или не достижения цели работы и отобразить значения определенных вами величин.

В процессе обработки экспериментальных результатов желательно использовать ЭВМ, например, программы "Эврика" или "МАТКАD". Использование этих программ описано в приложении П2.

### 10.4 Контрольные вопросы

1. Что такое колебательный контур? Из каких элементов он состоит? Какой колебательный контур называется идеальным?

2. Как происходят колебания в идеальном колебательном контуре? Какие величины изменяются и каким образом они зависят от времени?

3. Чему равна собственная частота колебательного контура?

4. Каким образом сказывается на свободных колебаниях в колебательном контуре наличие электрического сопротивления. Какие величины характеризуют реальный колебательный контур?

10. Какие колебания называются вынужденными, и что служит вынуждающей силой в исследуемом случае?

6. Каким образом зависит от частоты амплитуда колебаний силы тока в колебательном контуре при действии периодически изменяющейся э.д.с.?

7. Что такое резонанс и какие значения резонансных характеристик вы можете назвать? Что такое резонансная кривая?

9. Что такое добротность колебательного контура?

10. Как определяются активное сопротивление, индуктивность и добротность контура? Как определяются параметры дросселя?

11. Как определяется напряжения на индуктивности и на активном сопротивлении контура?

#### 98

# 11 ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 55. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ ЗВУКА В ВОЗДУХЕ МЕТОДОМ СЛОЖЕНИЯ ВЗАИМНО ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫХ КОЛЕБАНИЙ

Цель работы - изучить вопросы теории волновых процессов и теорию сложения взаимно перпендикулярных колебаний, определить скорость звука в воздухе.

## 11.1 Краткие теоретические сведения.

Волны - это процесс распространения колебаний. Природа собой колебаний определяет природу волнового процесса. от физической природы волновые процессы имеют Независимо подобное математическое описание. Механические волны представляют собой процесс распространения механических колебаний в упругих средах. Механические колебания частотного диапазона от 14 Гц до 20 кГц производят субъективные ощущения звука в органах слуха и по этой причине называются звуковыми или просто звуком. Соответствующие этому диапазону волны также называют звуковыми.

Основываясь на закономерностях гармонического анализа, сложный волновой процесс может быть представлен как суперпозиция простейших гармонических волн. По этой причине самые общие закономерности волновых процессов могут быть получены при изучении гармонических волн.

Гармонические волны есть результат распространения гармонических колебаний. Колебания, возбужденные в некоторой

части упругой среды, благодаря наличию упругих связей между ее частицами, распространяются от источника колебаний на периферию со скоростью передачи упругих взаимодействий v в соответствующей среде. Так как вынужденные колебания совершаются с частотой вынуждающей силы, то постепенно все точки среды будут совершать те же колебания, что и центр, но с задержкой во времени  $\Delta t = x/v$ , где x - расстояние до соответствующей точки.

Распространение упругих волн в среде не связано с переносом вещества. В неограниченной среде оно состоит в вовлечении в

99

вынужденные колебания все более и более удаленных от источника волн частей среды. При этом можно отвлечься от дискретного (молекулярного) строения среды, рассматривая ее как сплошную среду, непрерывно распределенную в пространстве и обладающую определенными упругими свойствами. Под частицей такой среды, совершающей вынужденные колебания, понимают малый элемент ее объема. размеры которого, BO больше однако, много раз межмолекулярных расстояний, так что в нем содержится очень большое число молекул. Практически частицы среды можно считать точечными, так как даже в газе межмолекулярные расстояния крайне малы.

Упругая волна называется продольной, если частицы среды колеблются в направлении распространения волны. Продольные волны связаны с объемной деформацией упругой среды и потому могут распространяться в любой среде — твердой, жидкой и газообразной. Примером являются звуковые волны в воздухе.

Упругая волна называется поперечной, если частицы среды колеблются перпендикулярно к направлению распространения волны. Поперечные волны связаны с деформацией сдвига и, следовательно, могут образовываться и распространяться только в твердых средах.

Уравнением упругой волны называется зависимость от координат и времени скалярных или векторных величин, характеризующих колебания среды при прохождении в ней рассматриваемой волны. Например, для волн в твердой среде такой величиной может служить вектор смещения частицы среды из положения равновесия или три его проекции на оси координат. Для характеристики продольных волн в газе или жидкости обычно пользуются избыточным давлением колеблющейся среды, равным разности между ее переменным и равновесным давлениями.

Лучом называется линия, касательная к которой в каждой ее точке совпадает с направлением распространения волны, т.е. с направлением переноса энергии волной. В однородной среде лучи имеют вид прямых линий.

Волновой поверхностью называется геометрическое место точек, в которых фаза колебаний имеет одно и то же значение. Для всех точек одной волновой поверхности величина  $\Delta t$  одинакова. Через каждую точку среды, охваченной волновым движением,

100

можно провести одну волновую поверхность, соответствующую значению фазы колебаний в этой точке в рассматриваемый момент времени. Множеству различных значений фазы колебания соответствует семейство волновых поверхностей. В однородной изотропной среде волновые поверхности ортогональны лучам.

В волновом процессе колебания среды распространяются на все новые области. Поверхность, которой достигла волна в данный момент времени и которая разделяет собой точки возмущенной среды от точек среды, не охваченных волновым процессом, называется фронтом волны. Все точки фронта волны колеблются в одинаковой фазе. По этой причине фронт волны является одной из волновых поверхностей.

Волна называется плоской, если ее волновые поверхности представляют совокупность плоскостей, параллельных друг другу. В плоской волне, распространяющейся вдоль оси ОХ, все величины, характеризующие колебательное движение среды, зависят только от времени t и координаты x рассматриваемой точки M среды. Если нет поглощения волн в среде (IV.3.3.7°), то колебания в точке M отличаются от колебаний в начале координат O только тем, что они сдвинуты по времени на  $\Delta t$ . Уравнение плоской синусоидальной волны, распространяющейся в непоглощающей среде вдоль положительного направления оси OX,

$$S = A\cos(\omega(t - \Delta t) + \varphi_0) = A\cos(\omega t - \frac{2\pi}{Tv}x + \varphi_0), \qquad (11.1)$$

где A=const — амплитуда колебаний, называемая амплитудой волны,  $\omega = 2\pi/T$  — циклическая (круговая) частота волны, T — период

колебаний, а  $\varphi_0$  — начальная фаза колебаний (в момент времени t=0) в точках координатной плоскости *x*:=0.

Расстояние  $\lambda = \nu T$ , (11.2) на которое распространяется синусоидальная волна за время, равное периоду колебаний, называется длиной волны. Длина волны равна расстоянию между двумя ближайшими точками среды, в которых разность фаз колебаний равна 2л.

Наряду с длиной волны используется другая характеристика синусоидальной волны — волновое число

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{vT} = \frac{\omega}{v}.$$

#### 101

Поэтому уравнение плоской синусоидальной волны можно также представить в виде:

$$S = A\cos(\omega t - kx + \varphi_0).$$

Волновым вектором называется вектор  $\vec{k}$ , по модулю равный волновому числу k и направленный вдоль луча в рассматриваемой точке M среды. Волновой вектор плоской синусоидальной волны не зависит от выбора точки M, и уравнение такой волны можно записать в форме:

$$S = A\cos(\omega t - \vec{k}\vec{x} + \alpha).$$

где  $\vec{r}$  — радиус-вектор точки M, а  $\alpha$  — начальная фаза колебаний в начале координат, т. е. в точке  $\vec{r}$  =0.

Волна называется сферической, если ее волновые поверхности имеют вид концентрических сфер. Центр этих сфер называется центром волны. Такого рода волны возбуждаются в однородной изотропной среде уединенным точечным источником. Уравнение расходящейся синусоидальной сферической волны имеет вид:

$$S = \frac{a_0}{r} \cos(\omega t - kr + \alpha),$$

где r — расстояние от центра волны до рассматриваемой точки M среды,  $A(r)=a_0/r$  — амплитуда волны,  $a_0$  — физическая величина, численно равная амплитуде волны на единичном расстоянии от ее центра,  $\alpha$  — начальная фаза колебаний в центре волны.

Реальные источники волн всегда имеют конечные размеры. Однако их можно считать точечными, а волны, возбуждаемые ими в

однородной изотропной среде, — сферическими, если расстояние *r* от источника до рассматриваемых точек среды значительно больше размеров источника. Если *r* очень велико, то любые малые участки волновых поверхностей практически можно считать плоскими.

Скорость v распространения синусоидальной волны называется фазовой скоростью. Она равна скорости перемещения в пространстве точек поверхности, соответствующей любому фиксированному значению фазы синусоидальной волны. Например, в случае плоской синусоидальной волны из условия  $\omega t + kx + \varphi_0 = \text{const}$  следует, что

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{k} = v.$$

Фазовая скорость звуковых волн (скорость звука) в жидкости

102

или газе

$$v = \sqrt{\frac{K}{\rho}},$$

где  $\rho$  – плотность невозмущенной среды, К – модуль объемной упругости среды. Для звуковых волн, частоты которых  $\nu > 16$  Гц, процесс деформации газовой среды можно считать адиабатическим, соответственно

$$K = -V \left(\frac{dp}{dV}\right)_{A\mathcal{Z}HA\mathcal{F}}$$

Здесь берется производная давления газа по объему при адиабатическом процессе. Скорость звука в идеальном газе

$$v = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}} = \sqrt{\frac{\gamma RT}{\mu}},\tag{11.2}$$

где  $\gamma$  – коэффициент Пуассона (для воздуха  $\gamma$ =1,4), R – универсальная газовая постоянная (R = 8,31 Дж/(К моль)), T – абсолютная температура,  $\mu$  - молярная масса газа (для воздуха  $\mu$ =29 г/моль).

### 11.2 Описание установки и метода измерений

Для определения скорости звука в данной работе использован метод, называемый методом сложения взаимно перпендикулярных колебаний. В нем скорость звука в воздухе определяется из формулы

$$v = \lambda v \tag{11.4}$$

которая следует из определения длины волны (11.2). Частота звука  $\nu$  задается генератором звуковых колебаний, и проблема сводится к определению длины волны  $\lambda$ . Именно длина волны определяется методом сложения взаимно перпендикулярных колебаний.

Для реализации метода используется экспериментальная установка, схема которой представлена на рис. 11.1.

103



Рисунок 11.1

Электрические колебания звуковой частоты задаются колебаний ЗΓ. Сложение колебаний генератором звуковых осуществляется в электронном осциллографе ЭО, на вход усилителя горизонтальных колебаний которого «Вход Х» подаются колебания заданной частоты непосредственно от ЗГ. Параллельно колебания подаются на динамик Д, установленный на оптической скамье, где электрические колебания превращаются в механические звуковые. распространяясь Звуковые колебания, В воздухе, достигают микрофона М, который находится на этой же оптической скамье. Здесь звуковые колебания превращаются в электрические и после

предварительного усиления в усилителе низких частот УНЧ подаются на вход усилителя вертикальных колебаний "Вход Ү" ЭО.

Так как в системе на всех участках возникают вынужденные колебания, то их частота одинакова. Колебания на динамике и горизонтально отклоняющих пластинах происходят в одинаковой фазе. На микрофоне, а значит, на вертикально отклоняющих пластинах, колебания происходят с задержкой по фазе  $\Delta \varphi$ , которая определяется расстоянием *x*, которое проходит звуковая волна, т.е. расстоянием между динамиком и микрофоном. Из формулы плоской волны (11.1) следует, что

$$\Delta \varphi = \frac{2\pi}{\lambda} x. \tag{11.5}$$

Если величина *x* содержит целое число длин волн, то задержка по фазе  $\Delta \varphi$  будет равна четному числу  $\pi$ .

#### 104

Изменяющееся ПО гармоническому закону напряжение, осциллографа, подаваемое на входы вызывает гармонические колебания светящейся осциллографа точки на экране В горизонтальном направлениях. Зависимость И вертикальном координат точки от времени дается уравнениями

$$x = A_1 \cos \omega t \tag{11.6}$$

$$y = A_2 \cos(\omega t + \Delta \varphi) \tag{11.7}$$

где  $A_1$  и  $A_2$  - амплитуды складываемых колебаний;  $\Delta \varphi$  - разность их фаз.

Уравнения (11.6) и (11.7) представляют собой уравнение плоской кривой в параметрической форме. Чтобы получить это уравнение в явном виде, необходимо исключить из этих уравнений параметр t. С этой целью выразим из уравнения (11.6):

$$\cos \omega t = x / A_1; \qquad \sin \omega t = \sqrt{1 - (x / A_1)^2}$$

и подставим в уравнение (11.7), преобразованное как косинус суммы двух углов:

$$y/A_2 = \cos \omega t \cos \Delta \varphi + \sin \omega t \sin \Delta \varphi = x/A_1 \cos \Delta \varphi + \sqrt{1 - (x/A_1)^2} \sin \Delta \varphi$$

ИЛИ

$$y/A_2 - x/A_1 \cos \Delta \varphi = \sqrt{1 - (x/A_1)^2} \sin \Delta \varphi$$

После возведения в квадрат обеих частей равенства и соответствующих математических преобразований получим:

$$x^{2} / A_{1}^{2} + y^{2} / A_{2}^{2} - 2xy / A_{1}A_{2} \cos \Delta \varphi = \sin^{2} \Delta \varphi$$
(11.8)

Уравнение (11.8) представляет уравнение собой эллипса, оси которого повернуты относительно осей координат. Ориентация осей и соотношение их размеров зависят от величин амплитуд и сдвига фаз. Ho эллипс должен всегда располагаться внутри прямоугольника сторонами, co равными удвоенным ПО длине амплитудам (см. рис. 11.2).



105

Рассмотрим частные случаи.

1. Разности фаз  $\Delta \varphi = 0, 2\pi, ..., 2m\pi, m = O, 1, 2, ...$  Уравнение (11.8) представляет собой уравнение прямой, проходящей в первой и третей четвертях (рис. 11.3, а):

 $y = (A_2 / A_1)x$ 



Рисунок 11.3

2. Разность фаз  $\Delta \varphi = \pi$ ;  $3\pi$ , ...,  $(2m-1)\pi$ ; m=1,2,3,... Уравнение (11.8) переходит в уравнение прямой, проходящей во второй и четвертой четвертях (рис.11.3, b):

$$y = -(A_2 / A_1)x$$

В обоих этих случаях точка совершает гармонические колебания вдоль указанных прямых с частотой складываемых колебаний, с амплитудой  $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$  и с начальной фазой равной  $\Delta \varphi$ , исследуемой в этом пункте.

Разности фаз 3  $\Delta \phi$  $= \pi/2,$ *m*=1,2,3,,...  $(2m+1)\pi/2$ ,  $3\pi/2,...,$ (11.8)Уравнение переходит В уравнение эллипса, симметричного осей координат, относительно С равными полуосями, соответствующим амплитудам складываемых колебаний (рис. 11.4).



При условии равенства амплитуд эллипс переходит в окружность.

Электронный луч осциллографа, участвуя в двух взаимно перпендикулярных колебаниях вдоль осей X и У с одинаковой частотой, будет описывать на экране траекторию, вид которой зависит от разности фаз колебаний, подаваемых от микрофона и звукового генератора. Разность фаз, в свою очередь, зависит от расстояния *х* между динамиком и микрофоном.

106

При изменении этого расстояния форма траектории будет меняться. Наименьшее же расстояние  $\Delta X_{min}$  между соседними положениями микрофона, при которых на экране осциллографа траектория луча будет представлять собой одинаково ориентированную прямую, (разность фаз увеличится на  $2\pi$ ), является длиной звуковой волны в воздухе:

$$L = \Delta X_{\min} \tag{11.9}$$

# 11.3 Порядок выполнения работы

1. Собрать установку по схеме (см. рис.11.1).

2. Включить звуковой генератор ЗГ, усилитель У и осциллограф. ЭО.

3. Установить на ЗГ частоту 2000 гц.
4. Ручками "Рег. напряжения" на звуковом генераторе ЗГ и "Усиления" на осциллографе добиться появления эллипса на экране осциллографа.

5. Установить микрофон М на расстоянии 4-5 см от динамика Д.

11. Перемещая микрофон, добиться появления на экране ЭО прямой линии. Замерить расстояние X между микрофоном M и динамиком д. Опыт повторить три раза. Найти среднее значение  $X_1$ .

7. Перемещая микрофон дальше, снова получить прямую, ориентированную подобным образом. Замерить расстояние  $X_2$  между микрофоном М и динамиком Д. Опыт повторить три раза. Найти среднее значение.

8. По формуле (11.9) определить длину волны, считая

 $\Delta X_{\min} = X_{2\tilde{n}\tilde{o}} - X_{1\tilde{n}\tilde{o}}.$ 

9. Результаты опыта и расчетов занести в табл. 11.1.

#### 107

Таблица 11.1

| 1              |      |                           |                           |                         |        |                  |             |
|----------------|------|---------------------------|---------------------------|-------------------------|--------|------------------|-------------|
| Номер<br>опыта | ν,Гц | <i>x</i> <sub>1</sub> , M | <i>x</i> <sub>2</sub> , M | $\Delta x_{ m min}$ , M | v, м/с | $\Delta V$ , M/C | arepsilon,% |
| 1              | 2000 |                           |                           |                         |        |                  |             |
| 2              | 2500 |                           |                           |                         |        |                  |             |
| 3              | 3000 |                           |                           |                         |        |                  |             |
|                |      |                           |                           | Среднее                 |        |                  |             |

10. Установить частоту 2500 Гц и повторить опыт, описанный в пп.5-9.

11. Установить частоту 3000 Гц и повторить опыт, описанный в пп.5-9.

12. Вычислить среднее значение скорости  $V_{cp}$ ; абсолютные погрешности измерений  $\Delta V = |V - V_{\tilde{n}\delta}|$  для каждого из полученных значений скорости, а также их среднее значение  $\Delta V_{\tilde{n}\delta}$ ; относительную погрешность  $\varepsilon = \Delta V_{\tilde{n}\delta} / V_{\tilde{n}\delta}$ . Результаты вычислений занести в табл.5.1.

13. Записать ответ в стандартной форме.

# 11.4 Контрольные вопросы

1. Какова цель работы?

2. Что такое звук и от чего зависит скорость звука в воздухе?

3. Что такое упругая волна и какие волны называются звуковыми?

4. Как выглядит уравнение плоской монохроматической бегущей волны?

5. Что такое длина волны, волновое число и волновой вектор?

11. В чем сущность экспериментального метода в определении скорости звука в данной работе?

7. Что представляет собой экспериментальная установка? Каков ход работы?

8. Какие колебания называются гармоническими?

9. Какие колебания складываются в данной работе? Как можно изменить разность фаз складываемых колебаний?

10. Как определить с помощью установки длину волны  $\lambda$ ; ее половину  $\lambda/2$ ; ее четверть  $\lambda/4$ ?

## 108

## ПРИЛОЖЕНИЕ 1 ПРАВИЛА ПОСТРОЕНИЯ ГРАФИКОВ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ИЗМЕРЕНИЙ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН

Выполнение большинства лабораторных работ, описанных в настоящих методических указаниях, предусматривает построение графиков зависимостей различных физических величин друг от друга и построение графиков по результатам измерений. При этом с помощью измерительных приборов и регуляторов устанавливается ряд значений одной величины – аргумента X<sub>n</sub> (n=1, 2,...N) и измеряются соответствующие им значения другой величины – функции Y. Последующее построение графика должно производится с соблюдением следующих правил:

1. На листе стандартного размера очертить поле графика, оставив слева 20 – 25 мм, снизу 15 – 20 мм, сверху и справа 10 мм. Ограничивающие поле графика линии могут служить координатными осями.

2. Провести горизонтальную и вертикальную оси, возле концов осей поставить обозначения отмеряемых вдоль осей величин и единиц измерения этих величин. При этом аргументу должна соответствовать горизонтальная ось, а функции – вертикальная.

3. Начала отсчета на обеих осях выбрать такими, чтобы наименьшие значения аргумента отложились вблизи точки пересечения координат.

4. Масштабы отсчета аргумента и функции выбрать такими, чтобы максимальное значение аргумента пришлось на конец горизонтальной, а максимальное значение функции на конец вертикальной оси. Обозначить масштабы на осях двумя или тремя отрезками одинаковой длины.

Выполнять правила 3 и 4 необходимо для того, чтобы график занимал большую часть координатного поля. Грубой и часто встречающейся ошибкой является стремление обязательно началами отсчета сделать нули аргумента и функции. Во многих случаях это вынуждает делать масштаб слишком мелким. Тогда график превращается в прямую линию, параллельную оси, и не несет никакой информации. Или же он занимает только небольшую часть координатного поля в правом верхнем углу, что снижает его информативную ценность.

109

5. Отложить на координатном поле все точки, соответствующие измеренным значениям аргумента и функции. Сделать их хорошо заметными. Нельзя соединять точки с осями прямыми линиями, перпендикулярными осям. Они не несут информации и только нарушают наглядность графика.

6. Обозначить возле каждой точки абсолютные погрешности функции. Абсолютная аргумента погрешность аргумента И горизонтальным обозначается отрезком, середине которого В находится экспериментальная точка. Длина отрезка равна удвоенной абсолютной погрешности в используемом масштабе. Края отрезка четко обозначить перпендикулярными к нему рисками. Абсолютная погрешность функции обозначается таким же, но вертикальным отрезком. Если одна из погрешностей или обе настолько малы, что в данном масштабе не могут быть изображены отрезком, их на графике не обозначают.

Таким образом, каждая точка должна стать центром крестика или отрезка с концами, обозначенными рисками.

7. Если известен закон, задающий зависимость функции от аргумента, и положение точек не противоречит закону, то согласно ему следует проводить кривую графика. Если же зависимость заранее

не известна, следует построить гладкую кривую, которая должна пройти максимально близко ко всем точкам.

Проведение кривой через все точки не обязательно, но желательно, чтобы она пересекла отрезки абсолютных погрешностей всех точек. При невозможности совместить это условие со следованием известному закону или же с построением гладкой кривой оно может быть нарушено. Точки должны разделяться кривой таким образом, чтобы по обе стороны от нее находилось примерно равное число точек.

Грубейшей, но часто повторяемой ошибкой является построение графика ломаной линией, соединяющей все точки. В этом случае кривая приобретает многочисленные детали, не имеющие физического смысла и затрудняющие понимание графика.

#### 110 **ПРИЛОЖЕНИЕ 2**

## ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ С ПОМОЩЬЮ ПАКЕТА "МАТНСАD"

Пакет «МАТНСАD» объединяет возможности математического процессора, текстового и графического редакторов и является удобным средством для обработки результатов измерений и их оформления. Ниже излагаются основные приемы работы с этой программой.

#### Выполнение простых вычислений

**«MATHCAD»** Пакет является мощным калькулятором, С помощью которого можно легко вычислить громоздкие математические выражения, содержащие как элементарные, так и специальные функции. Для этого достаточно с помощью клавиатуры функций, обозначения ввести числа И разделенные знаками математических операций, и нажать клавишу "=". После чего Вы сразу получите результат.

$$2 \cdot 4 + 3 \cdot (5 - 9) = -4 \quad a \cos\left(\frac{1}{2}\right) \cdot 3 = 3,142 \qquad \frac{2 \cdot 4 + 3 \cdot (5 - 9) = -4}{a \cos\left(\frac{1}{2}\right) \cdot 3} = -1,273$$

Для ввода сложных выражений удобно использовать панели инструментов и кнопку вставки функции (рис. А.1).

| 🔁 Mathcad Professional - [Untitled:1]                                   |
|---|
| ∰ Eile Edit ⊻iew Insert Format Math Symbolics Window Help               |
| DFI SQV XBB/ ""+ MD=  |
| ▥ॾॎऺॵ∞ฅ⇒  |
| Вызов графической панели Вставка<br>Вызов арифметической панели функции |

Рисунок А.1

При нажатии кнопки разворачивается соответствующая панель (рис. А.2) и Вы получаете возможность вводить сложные математические выражения. При нажатии на кнопку «Вставка функции» появляется диалоговое окно, в котором Вы можете выбрать нужную функцию. На рис. А.2 показана арифметическая панель в развернутом виде.

111

|     |                |     |              | ×  |
|-----|----------------|-----|--------------|----|
| n!  | i              | mn  | $\times_{n}$ | ×  |
| In  | e <sup>x</sup> | ×-1 | ×Y           | _1 |
| log | π              | ()  | $\times^2$   | L  |
| tan | 7              | 8   | 9            | ÷  |
| cos | 4              | 5   | 6            | ×  |
| sin | 1              | 2   | 3            | +  |
| :=  | •              | 0   | _            | =  |

Рисунок А.2

$$f(x,y):=\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}.$$

Чтобы получить значения функции, теперь достаточно ввести ее имя, а в скобках указать фактические значения аргументов функции:

f(1, 0,5)=0,894 f(0,1, 5,6)=0,018. В качестве аргументов функции можно использовать и параметры, но их значения должны быть определены или вычислены до вызова функции, иначе Вы получите сообщение, что функция или переменные не определены:

## f(X,Y)=.. X:=2 Y:=4 This variable or function is not defined above

При работе в MATHCADe следует помнить, что программа просматривает документ слева направо, а затем сверху вниз. В предыдущем примере значение функции не вычисляется именно по этой причине. Определим параметры X и Y до обращения к функции:

X:=2 Y:=4 f(X,Y)=0,447

Теперь порядок – функция вычисляется.

#### Работа с массивами

Массив – это упорядоченное множество однотипных элементов. В дальнейшем мы ограничимся рассмотрением одномерных массивов, элементы которых являются действительными числами. Элемент массива характеризуется своим численным значением и номером, который принято записывать в виде индекса, например: а<sub>5</sub>. Результаты многократных измерений какой-либо физической величины – естественный пример одномерного массива. В этом случае индекс элемента соответствует номеру измерения, а значение элемента – результату измерения.

#### 112

При работе с массивами в MATHCADe следует иметь в виду, что начальное значение индекса по умолчанию имеет значение 0. (Начальное значение индекса можно сделать и ненулевым, переопределив встроенную переменную MATHCADa «ORIGIN» в меню **Math-Options**.)

Рассмотрим теперь вопросы, связанные с вводом элементов массивов, и операции с массивами. Массив можно вводить поэлементно. Для этого необходимо ввести имя массива (рис. А.3), индекс (номер) элемента и после оператора присваивания ( :=) ввести значение элемента массива.

$$a$$
  $a_{1}$   $a_{1}$   $a_{1}$   $a_{1}$   $a_{1}$ :=í  
Рисунок А.3

Для ввода индекса необходимо нажать клавишу [, после чего маркер ввода опустится вниз (см. рис. А.З), ввести значение индекса и

клавишей → (клавиша управления курсора) вернуть маркер в нормальное положение. Например:

$$a_0:=1$$
  $a_1:=2$   $a_2:=3$   $a_3:=4$ 

Если теперь набрать имя массива и нажать клавишу =, то получим:

 $a = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$ 

То есть МАТНСАD рассматривает одномерный массив как векторстолбец. Другой способ введения массива – это использование панели инструментов или главного меню. Вводим имя массива, затем в меню **Insert** (Вставка) выбираем пункт **Matrix**, после чего появляется диалоговое окно (рис. А.4,а), в котором необходимо указать размерность массива. Если необходимо ввести одномерный массив, то задаем число столбцов (Columns) равным 1, а число строк (Rows) - равным числу элементов массива. После выполнения указанных действий мы получим маску ввода массива (рис. А.4,б), в которую необходимо последовательно ввести элементы массива.





Рассмотрим на конкретных примерах операции с массивами. b := 2a c := a + 2b  $d := b + 2a^2$ 

$$b := 2a \qquad c := a + 2b \quad d := b + 2d$$
$$b = \begin{bmatrix} 2\\4\\6\\8 \end{bmatrix} \qquad c = \begin{bmatrix} 5\\10\\15\\20 \end{bmatrix} \qquad d = \begin{bmatrix} 4\\12\\24\\40 \end{bmatrix}$$

Для этого используем массив а, определенный выше.

Приведенные примеры в особых пояснениях не нуждаются. Отметим некоторые статистические функции MATHCADa, удобные для обработки результатов измерений:

*mean(a)* – возвращает среднее арифметическое значение элементов массива, вычисленное по формуле

$$\frac{1}{n}\cdot\sum_{i=0}^{n-1}a_i;$$

*var(a)* – возвращает среднеквадратичное отклонение элементов массива а от среднего арифметического (дисперсия величины *a*):

$$\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=0}^{n-1} |a_i - mean(a)|;$$

*stdev(a)* - возвращает квадратный корень дисперсии элементов массива *a*:

$$stdev(a) = \sqrt{var(a)}$$
.

114

В МАТНСАDе есть еще один тип массивов – так называемые ранжированные переменные. Эти переменные удобны для вычисления функций, построения графиков и т. д. Для задания ранжированной переменной необходимо ввести имя переменной, знак присваивания, после которого вводится начальное значение переменной, затем после запятой вводится следующее значение, измененное на величину шага, и после символа ".." (две точки, которые вводятся нажатием клавиши ";") – конечное значение переменной:

*х* :=0, 0.1,1- переменная *х*, изменяющаяся от 0 до 1 с шагом 0,1.

Если второе значение переменной не задано, то по умолчанию шаг изменения принимается равным 1. Если теперь задать функцию от ранжированной переменной, ввести ее имя и нажать клавишу "=", то получим таблицу значений функции:

$$z := 0..3 \quad u(z) = z^2$$

#### *z* – *0*,*1*,*2*,*3*

## u(z) - 0, 1, 4, 9

Отметим, что к ранжированным переменным неприменимы матричные и векторные операции.

#### Построение графиков

функции необходимо графика Для построения раскрыть графическую панель, которая в развернутом виде показана на рис. А.5. Далее выбираем (щелчком мыши на соответствующей пиктограмме) тип графика и получаем заготовку для построения графика. В заготовку графика вводим имя переменной и имя функции, после чего щелкаем мышью вне поля графика и получаем график. Если необходимо изменить размер графика, то подводим указатель мыши к точкам изменения размеров (указатель при этом принимает форму двухсторонней стрелки) и растягиваем или сжимаем график до нужных размеров. Двойной щелчок мыши на графике вызовет диалоговое окно, с помощью которого можно выбрать нужный масштаб осей координат, масштабную сетку, тип и цвет линий, вид точек и т.д.





1 – маркер ввода имени переменной; 2 – маркер ввода имени функции; 3 – точки изменения размера графика

Рисунок А.5

Рассмотрим конкретный пример. Пусть нам необходимо определить сопротивление участка цепи постоянного тока. Для этого производятся измерения силы тока на этом участке при заданных значениях напряжения:

i := 0..5 - номер измерения (i – ранжированная переменная);  $\Delta U = 0,2$  – шаг изменения напряжения;

 $U_i = i \Delta U$  – значения напряжения в i – ом измерении;

*I*<sub>0</sub>:=0, *I*<sub>1</sub>:=0,11, *I*<sub>2</sub>:=0,19, *I*<sub>3</sub>:=0,23, *I*<sub>4</sub>:=0,41, *I*<sub>5</sub>:=0,48 - результаты измерения силы тока.

Экспериментальные результаты представлены на рис. А.6 кружочками. Хорошо известно, что зависимость силы тока от напряжения для однородного участка цепи линейная. Используем для обработки экспериментальных результатов метод линейной регрессии. В МАТНСАDe для этого есть целый ряд функций:



116

*slope(vx,vy)* - возвращает скаляр: тангенс угла наклона прямой, наилучшим образом приближающей набор данных, представленных в векторах **vx** и **vy**, в смысле наименьших квадратов.

*intercept(vx,vy)* - возвращает скаляр: смещение по оси ординат прямой, наилучшим образом приближающей набор данных, представленных в векторах *vx* и *vy*, в смысле наименьших квадратов.

Аргументы этих функций: *vx* - вещественный вектор, элементы которого должны идти в порядке возрастания, они соответствуют значениям *x*; *vy* - вещественный вектор одной размерности с *vx*, его элементы соответствуют значениям *y*.

Следующий фрагмент иллюстрирует нахождение линейной регрессии.

В этом примере U и I – имена приведенных выше одномерных массивов значений силы тока и напряжения, а величина R – сопротивление участка цепи, которое требовалось определить. График линейной функции  $aU_i + b$  представлен на рис. А.6 сплошной

линией. Для отображения на одном графике нескольких функций нужно последовательно ввести их имена в поле ввода имени функции, используя в качестве разделителя запятую.

В заключение отметим, что MATHCAD содержит богатый арсенал встроенных функций для статистической обработки экспериментальных результатов, а также для их графического отображения. Подробную информацию о встроенных функциях можно найти в файлах Помощи (Help), а примеры использования этих функций - в Шпаргалках (QuickSheets).

#### 117

### СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1 Бушок Г.Ф. Курс физики. - Кн. 1 / Г.Ф. Бушок, В.В. Левандовский, Г.Ф. Пивень. - К.:Лыбидь, 2001. - 346 с.

2 Бушок Г.Ф. Курс физики. Кн. 2 / Г.Ф. Бушок, Э.Ф. Венгер. - К.: Лыбидь, 2001. – 428 с.

3 Детлаф А.А. Курс физики / А.А. Детлаф, Б.М. Яворский. - М.: Высш. шк., 1989. - 607 с.

4 Савельев И.В. Курс общей физики. Т.2. - М.: Наука, 1986. - 432 с.

5 Яворский Б.М. Справочник по физике. - М.: Наука, 1985. - 512 с.

6 Евграфова Н.Н. Руководство к лабораторным работам по физике / Н.Н. Евграфова, В.Л. Коган. - М.: Высш. шк., 1970. - 348 с.

7 Гольдин Л.Л. Руководство к лабораторным работам по физике. - М.: Высш. шк., 1973. - 688 с.

# 118 **СОДЕРЖАНИЕ**

| Общие сведения  | 3   |
|---|-----|
| 1 Лабораторная работа №31. Исследование потенциального      |     |
| электростатического поля                                    | 5   |
| 2 Лабораторная работа №33. Определение баллистической       |     |
| постоянной гальванометра и емкостей конденсаторов           | 14  |
| 3 Лабораторная работа №34. Измерение сопротивления с        |     |
| помощью мостика Уитстона                                    |     |
| 4 Лабораторная работа №35. Определение электродвижущей      |     |
| силы источника тока   | .34 |
| 5 Лабораторная работа №42. Определение напряженности        |     |
| магнитного поля на оси соленоида с помощью баллистического  |     |
| гальванометра   | 42  |
| 6 Лабораторная работа №44. Определение удельного заряда     |     |
| электрона с помощью магнетрона и электронно-лучевой трубки  | 50  |
| 7 Лабораторная работа №45. Построение кривой намагничивания |     |
| железа  | .60 |
|   |     |

| 8 Лабораторная работа №46. Наблюдение петли гистерезиса и     |   |
|---|---|
| построение кривой намагничивания железа с помощью             |   |
| осциллографа70  | ) |
| 9 Лабораторная работа №51. Определение ускорения свободного   |   |
| падения с помощью оборотного маятника81                       | - |
| 10 Лабораторная работа №53. Изучение резонанса                |   |
| напряжений в колебательном контуре89                          | ) |
| 11 Лабораторная работа №16. Определение скорости звука в      |   |
| воздухе методом сложения взаимно перпендикулярных колебаний99 | ) |
| Приложение 1. Правила построения графиков по результатам      |   |
| измерений физических величин109                               | 9 |
| Приложение 2. Обработка результатов измерений                 |   |
| с помощью пакета «МАТНСАD»111                                 | L |
| Список рекомендуемой литературы118                            | 3 |

119

# МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к лабораторным работам по дисциплине «Физика» (для студентов всех специальностей вуза)

Электростатика. Электромагнетизм. Колебания и волны

Составители:

Валерий Георгиевич Белых, Татьяна Леонидовна Богданова, Владимир Михайлович Костенко, Анатолий Владимирович Тышкевич,

Редактор Нелли Александровна Хахина Подп. в печ. Формат 60×84 1/16. Ризографич. печать. Усл. печ. л. 4,5 Уч.-изд. л. 3,27. Тираж 50 экз.

ДГМА. 84313, Краматорск, ул. Шкадинова, 72.

Министерство образования и науки Украины Донбасская государственная машиностроительная академия

# МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к лабораторным работам по дисциплине «Физика» (для студентов всех специальностей вуза)

Электростатика Электромагнетизм Колебания и волны

Краматорск 2004